Z.C.4.1.29.

$$\boxed{x^3 y''' + 6x^2 y'' + 4xy' - 4y = 0}$$

$$\boxed{y_1 = x\ ,\ y_2 = x^{-2},\ y_3 = x^{-2}\ln x}$$

$$\boxed{y_1 = x\ ,\ y_1' = 1\ ,\ y_1'' = y_1''' = 0}$$

$$\boxed{y_2 = x^{-2},\ y_2' = -2x^{-3},\ y_2'' = 6x^{-4},\ y_2''' = -24x^{-5}}$$

$$\boxed{y_3 = x^{-2}\ln x,\ y_3' = -2x^{-3}\ln x + x^{-2}\frac{1}{x} = -2x^{-3}\ln x + x^{-3}}$$

$$\boxed{y_3'' = 6x^{-4}\ln x - 2x^{-4} - 3x^{-4}}$$

$$\boxed{y_3''' = -12x^{-5}\ln x + 6x^{-5} + 20x^{-5}}$$

y_1 är en lösning, ty $0 + 0 + 4x \quad 1 - 4x = 0$

y_2 är en lösning, ty

$$x^3(-24x^{-5}) + 6x^2 6x^{-4} + 4x(-2x^{-3}) - 4x^{-2} = 0$$

y_3 är en lösning, ty

$$x^3(-24x^{-5}\ln x + 26x^{-5}) + 6x^2(6x^{-4}\ln x - 5x^{-4}) +$$
$$4x(-2x^{-3}\ln x + x^{-3}) - 4x^{-2}\ln x = 0$$

Vi undersöker om y_1 , y_2 och y_3 är linjärt oberoende genom att bestämma Wronskideterminanten .

$$\mathbf{W}(x,\ x^{-2},\ x^{-2}\ln x) = \begin{vmatrix} x & x^{-2} & x^{-2}\ln x \\ 1 & -2x^{-3} & -2x^{-3}\ln x + x^{-3} \\ 0 & 6x^{-4} & 6x^{-4}\ln x - 5x^{-4} \end{vmatrix} =$$

$$= x\left\{(-12x^{-7}\ln x + 10x^{-7}) - (-12x^{-7}\ln x + 6x^{-7})\right\} -$$
$$1\left\{(6x^{-6}\ln x - 5x^{-6}) - 6x^{-6}\ln x\right\} = 9x^{-6} \neq 0$$

$\{y_1, y_2, y_3\}$ är linjärt oberoende

och bildar en bas för lösningsrummet.

Med dessa kan allmänna lösningen skrivas:

$$y = c_1 x + c_2 x^{-2} + c_3 x^{-2}\ln x$$