8.2.20.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -6x + 5y \\ \dfrac{dy}{dt} = -5x + 4y \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} -6-\lambda & 5 \\ -5 & 4-\lambda \end{vmatrix} = (6+\lambda)(\lambda - 4) + 25$$

$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0 \ , \ (\lambda + 1)^2 = 0 \ , \ \lambda_{1,2} = -1$$

Bestäm en egenvektor till varje egenvärde .

Insättning i $(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0}$ ger:

$$\begin{pmatrix} -6+1 & 5 \\ -5 & 4+1 \end{pmatrix}\mathbf{v}_1 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Endast <u>en</u> egenvektor har erhållits.

Bestäm en lösning till $(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{P} = \mathbf{v}_1$.

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/5 \end{pmatrix} \right\} e^{-t}$$