Institutionen för Matematik, KTH
Ari Laptev

Lösningsförslag till Tentamenskrivning på kursen 5B1201, Komplex analys för F, 03–01–08, klockan 14:00–17:00.

Tal 1.

$$\int_{|z|=2} \frac{1}{(z+6)^2(z-1)} dz = \frac{2i\pi}{49}.$$

Tal 2.

$$ze^{1/(z-1)} = (z-1)e^{1/(z-1)} + e^{1/(z-1)} = \sum_{n=0}^{\infty}(z-1)\frac{1}{n!(z-1)^n} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!(z-1)^n}$$

$$= z - 1 + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\frac{n+2}{n+1}(z-1)^{-n}.$$

Tal 3. Om $|z| = 1$, då $|z^5 + 2| \leq 3 < 4 = |4z|$.

Svar: ett nollställe.

Tal 4. Nej. Låt $z = x + iy$.

$$f(z) = u(x,y) + iv(x,y) = (\bar{z})^2 = (x - iy)^2 = x^2 - y^2 - 2ixy,$$

där $u(x,y) = x^2 - y^2$ och $v(x,y) = -2xy$. Couchy-Riemann ekvationer ger

$$\partial_x u = 2x \neq -2x = \partial_y v.$$