Institutionen för Matematik, KTH
Ari Laptev

Lösningsförslag till Tentamenskrivning på kursen 5B1201, Komplex analys för F, 03–08–20, klockan 14:00–17:00.

Tal 1.

$$\int_{|z-1|=2} \frac{z^2+1}{(z+2)(z-2)} dz = \frac{5i\pi}{2}.$$

Tal 2.

1. Om $|z-i| < |2-i| = \sqrt{5}$, då

$$\frac{1}{z-2} = \frac{1}{z-i-(2-i)} = \frac{-1}{2-i} \cdot \frac{1}{1-\frac{z-i}{2-i}} =$$

$$\frac{-1}{2-i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2-i)^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{(2-i)^{n+1}} (z-i)^n.$$

Om $|z-i| > \sqrt{5}$, då

$$\frac{1}{z-2} = \frac{1}{z-i-(2-i)} = \frac{1}{z-i} \cdot \frac{1}{1-\frac{2-i}{z-i}} =$$

$$\frac{1}{z-i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-i)^n}{(z-i)^n} = \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{(2-i)^{n+1}}{(z-i)^n}.$$

Tal 3. Om $|z| = 1$, då $|e^z| \leq e < 3 = |3z^3|$.

Svar: tre nollställe.

Tal 4. Gränsvärdet existerar om det inte beror på vilket sätt z går mot noll.
Låt:
1. $y = 0$, $x > 0$. Då

$$\lim_{z=x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

2. $x = 0$, $y > 0$. Då

$$\lim_{z=iy\to 0} \frac{-i\sin(y)}{iy} = -1.$$

Svar: Nej.