

KAP 0.1

0.3 a) $x = 0.272727\dots$

$$100x = 27.2727\dots$$

$$100x - x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{99} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{3}{11} \quad \text{RATIONELLT TAL}$$

b) $x = 5.1999\dots$

$$100x = 519.999\dots$$

$$10x = 51.999\dots$$

$$100x - 10x = 519 - 51 = 468 \Rightarrow x = \frac{468}{90} = \frac{2 \cdot 234}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 26}{3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{26}{5}$$

RATIONELLT TAL

$$\begin{array}{r} 078 \\ 3 \overline{) 234} \\ \underline{21} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 3 \overline{) 78} \\ \underline{6} \\ 18 \end{array}$$

KAP 0.2

0.4 a) FÖRENKLA: ~~(x+3)~~

$$(x+3)(x-3) - (x+3)^2 = x^2 - 3^2 - (x+3)^2 \quad (\text{KONJUGATREGEN})$$

$$= x^2 - 9 - (x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) \quad (\text{KVADRERINGSREGEN})$$

$$= x^2 - 9 - x^2 - 6x - 9$$

$$= -6x - 18$$

$$= -6(x+3)$$

$$\text{SVAR: } (x+3)(x-3) - (x+3)^2 = -6(x+3)$$

b) FÖRENKLA:

$$(x+3)(x-3) - (x-3)^2 = x^2 - 3^2 - (x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2) \quad (\text{KONJUGAT- OCH KVADRERINGSREG.})$$

$$= x^2 - 9 - x^2 + 6x - 9$$

$$= 6x - 18$$

$$= 6(x-3)$$

$$\text{SVAR: } (x+3)(x-3) - (x-3)^2 = 6(x-3)$$

6.6 MULTIPLICERA V-L MED $(a-b)$ ($\neq 0!$),

$$\begin{aligned} & (a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{KONJUGERINGSREGELN}} \\ & = (a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{KONJUGERINGSREGELN}} \\ & = ((a^2)^2 - (b^2)^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{KONJUGERINGSREGELN}} \\ & = (a^8-b^8)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & = (a^{16}-b^{16})(a^{16}+b^{16}) \\ & = (a^{32}-b^{32}) \end{aligned}$$

EFTERSOM ATT $a-b \neq 0$ SÅ KAN VI DIVIDERA MED $a-b$:

$$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) = \frac{a^{32}-b^{32}}{a-b}$$

6.9 b) FAKTORISERA:

$$\begin{aligned} x^2(x^2-9) + x^2-9 &= x^2 \cdot (x^2-9) + (x^2-9) \quad \leftarrow \text{(BRYT UT } x^2-9) \\ &= (x^2+1) \cdot (x^2-9) \\ &= (x^2+1)(x+3)(x-3) \quad \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \end{aligned}$$

c) FAKTORISERA:

$$\begin{aligned} x^4 - 16 &= (x^2+4)(x^2-4) \quad \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \\ &= (x^2+4)(x+2)(x-2) \quad \text{--- " ---} \end{aligned}$$

e) FAKTORISERA:

$$\begin{aligned} (a-b)^2 - 4 &= ((a-b)+2) \cdot ((a-b)-2) \quad \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \\ &= (a-b+2)(a-b-2) \end{aligned}$$

0.13 FAKTORISERA:

$$\begin{aligned}7x^5 + 7xy^4 - 14x^3y^2 &= 7x \cdot (x^4 + y^4 - 2x^2y^2) && \text{(BRYT UT } 7x\text{)} \\ &= 7x \cdot (x^2 - y^2)^2 && \text{(KVADRERINGSREGELN)} \\ &= 7x \cdot [(x+y)(x-y)]^2 && \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \\ &= 7x \cdot (x+y)^2 \cdot (x-y)^2\end{aligned}$$

0.17 SKRIV PÅ GEMENSAMT BRÄKSTRÄCKE:

$$\begin{aligned}\text{a) } \frac{1}{7} - \left(\frac{15}{14} + \frac{1}{2}\right) &= \frac{2}{2 \cdot 7} - \left(\frac{15}{14} + \frac{7}{7 \cdot 2}\right) = \frac{2 - (15 + 7)}{14} \\ &= \frac{2 - 15 - 7}{14} = \frac{-20}{14} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 7} \\ &= -\frac{10}{7}\end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{5}{6} - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3}\right) = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 6} - \left(\frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 4} + \frac{4}{4 \cdot 3}\right) = \frac{10 - (9 + 4)}{12} = \frac{-3}{12} = -\frac{1}{4}$$

0.19 FÖRENKLA:

$$\text{a) } \frac{4x^2 - 4}{2x + 2} = \frac{4 \cdot (x^2 - 1)}{2 \cdot (x + 1)} = 2 \cdot \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)} = 2(x - 1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{FÖRUTSATT ATT} \\ x \neq -1! \end{array} \right.$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x - 1)^2} = \frac{x + 1}{x - 1} \quad (\text{VI ANTAR } x \neq 1)$$

$$\begin{aligned}\text{c) } \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} + \frac{x^2 - y^2}{(xy)^2} &= \frac{y^2}{y^2 \cdot x^2} - \frac{x^2}{x^2 \cdot y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 \cdot y^2} \\ &= \frac{y^2 - x^2 + x^2 - y^2}{x^2 \cdot y^2}\end{aligned}$$

$$= 0 \quad \text{FÖRUTSATT ATT } x^2 \neq 0 \text{ OCH } y^2 \neq 0!$$

0.27 FÖRENKLA BORT ROTUTRYCK FRÅN NÄMNAREN:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{1+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} &= \frac{1+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} \cdot \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{3 + \sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 2 \cdot 2}{9 - 2} = \frac{7 + 7\sqrt{2}}{7} = 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad \frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{(\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{13} - \sqrt{11})} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{13 - 11} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} &= \frac{2(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})} = 2 \cdot \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{(x+1) - (x-1)} = 2 \cdot \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{2} \\ &= \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} \end{aligned}$$

FÖRUTSATT $x > 1$! ANNARS ~~KAN~~ KAN
VI FÅ PROBLEM MED NEGATIVA RÖTTER
SAMT DIVISION MED NOLL.

0.30 FÖRENKLA:

$$\text{a)} \quad \frac{x^2+1}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2} \cdot \frac{x^2+1}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{x^2(x^2+1)}{x^2+1} = x^2 \quad (x \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{x^2 - y^2}{(xy)^2}} &= \frac{\frac{y-x}{xy}}{\frac{(x+y)(x-y)}{x^2y^2}} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{(xy)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-xy(x-y)}{(x+y)(x-y)} = -\frac{xy}{x+y} \\ &\quad (x \neq y \neq 0) \end{aligned}$$

0.36 LÖS EKVATIONEN:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = 0$$

NOTERA ATT $x \neq -1$, $x \neq 0$, $x \neq 1$
(DIVISION MED NOLL OTILLÄTET!)

MINSTA GEMENSAMMA

NÄMMARE ÄR $x(x+1)(x-1)$, MULTIPLICERA VL OCH HL MED DENNA:

$$x(x+1)(x-1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) = 0 \quad (\cdot x(x+1)(x-1))$$

$$x(x+1) + (x+1)(x-1) + x(x-1) = 0$$

$$x^2 + x + x^2 - 1 + x^2 - x = 0$$

$$3x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

SVAR: LÖSNINGAR ÄR $x = \sqrt{1/3}$ OCH ~~$x = -\sqrt{1/3}$~~ $x = -\sqrt{1/3}$

0.41 KVADRATKOMPLETTERA:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 + 6x + 7 &= (x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) + (7 - 3^2) \\ &= (x+3)^2 + (7-9) \\ &= (x+3)^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2 - 7x + 13 &= \left(x^2 - 2 \cdot \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 \right) - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 13 \\ &= \left(x - \frac{7}{2} \right)^2 + 13 - \frac{49}{4} = \left(x - \frac{7}{2} \right)^2 + \frac{13 \cdot 4 - 49}{4} \\ &= \left(x - \frac{7}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x^2 + 18x + 81 &= (x^2 + 2 \cdot 9x + 9^2) - 9^2 + 81 = (x+9)^2 - 81 + 81 \\ &= (x+9)^2 \end{aligned}$$

d) $x^2 + 17$ INGEN X TERM, D.V.S REDAN KVADRATKOMPLETTERAT!

0.45 LÖS EKVATIONEN:

$$\begin{aligned} a) \quad x^3 + 10x^2 + 24x = 0 &\iff x \cdot (x^2 + 10x + 24) = 0 && (\text{BRYT UT } x) \\ &\iff x \cdot (x^2 + 2 \cdot 5x + 5^2 - 5^2 + 24) = 0 && (\text{KVADRATKOMP.}) \\ &\iff x \cdot ((x+5)^2 - 1) = 0 \end{aligned}$$

ANTINGEN ÄR $x=0$ ELLER $(x+5)^2 - 1 = 0$. LÖS EKV:

$$(x+5)^2 - 1 = 0 \iff (x+5)^2 = 1 \iff x+5 = \pm 1$$

$$\iff x = 1 - 5 = -4 \quad \text{ELLER} \quad x = -1 - 5 = -6$$

SVAR: EKVATIONEN HAR TRE RÖTTER: $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_3 = -6$.

0.48 LÖS EKVATIONEN

$$b) \quad \sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+1}$$

UTTRYCKEN UNDER ROTTECKNEN FÄR EJ VARA NEGATIVA, SÅ
 $3x+2 \geq 0$ OCH $2x+1 \geq 0$ MÅSTE HÅLLA. D.V.S. $x \geq -\frac{2}{3}$ OCH $x \geq -\frac{1}{2}$.
KVADRERA VL OCH HL:

$$3x+2 = 2x+1 \iff 3x-2x = 1-2 \iff x = -1$$

DETTA ÄR INTE EN GILTIG LÖSNING P.G.A. ATT DEN GER
NEGATIVT UTTRYCK UNDER ROTTECKNEN.

SVAR: EKVATIONEN SAKNAR LÖSNING

$$d) \quad \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+3} = x$$

MÅSTE HA ATT $x \geq 2$ OCH $x \geq -3$ FÖR ATT UNDVILKA ROTEN
UR NEGATIVT TAL.

KVADRERA:

$$(x-2)(x+3) = x^2 \iff x^2 + 3x - 2x - 2 \cdot 3 = x^2$$

$$\iff x - 6 = 0 \iff x = 6$$

DESSA ROT ÄR GILTIG ENLIGT OVANSTÄENDE REASONEMANG.

SVAR: EKVATIONEN HAR ROTEN $x=6$.

0.58 BESTÄM EN EKVATION FÖR RÄT LINJE GEDOM PUNKTERNA:

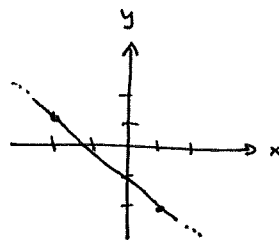
a) $(-2, 1)$ OCH $(1, -2)$

"ENPUNKTSFORMELN":

$$y = y_0 + k(x - x_0)$$

DÄR RIKTNINGSKOEFFICIENTEN k ÄR

$$k = \frac{-2 - 1}{1 - (-2)} = \frac{-3}{3} = -1$$

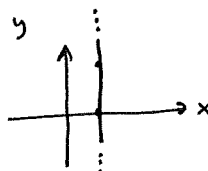


LINJENS EKVATION ENL. ENPUNKTSFORMELN OCH $(x_0, y_0) = (-2, 1)$:

$$y = 1 + (-1) \cdot (x - (-2)) = 1 - (x + 2) = -x - 1$$

c) $(1, 0)$ OCH $(1, 2)$

VI KAN INTE TILLÄMPA ENPUNKTSFORMELN
DÄR RIKTNINGSKOEFFICIENTEN INTE
ÄR ÄNDLIG. D.V.S. LINJEN ÄR
VERTIKAL. DESS EKVATION GES AV



$$x = 1$$

0.59 BESTÄM EN EKVATION FÖR DEN RÄTA LINJE SOM

c) GÄR IGEMOM PUNKTEN (a, b) OCH HAR RIKTNINGSKOEFFICIENT k .

ENPUNKTSFORMELN GER:

$$y = b + k \cdot (x - a)$$