

KAP. 0.4

0.51 LÖS OLIKHETEN

a) $3x + 1 < 2$

$3x + 1 - 1 < 2 - 1$ (ADDERA -1)

$3x < 1$

$\frac{1}{3} \cdot 3x < \frac{1}{3} \cdot 1$ (MULTIPLICERA MED $\frac{1}{3}$)

$x < \frac{1}{3}$

SVAR: $x < \frac{1}{3}$

b) $-3x + 2 \leq 1$

$-3x + 2 - 2 \leq 1 - 2$ (ADDERA -2)

$-3x \leq -1$

$(-\frac{1}{3}) \cdot (-3x) \geq (-\frac{1}{3}) \cdot (-1)$ (MULTIPLICERA MED $-\frac{1}{3}$ OCH VÄND OLIKHETEN, TT $-\frac{1}{3} < 0!$)

$x \geq \frac{1}{3}$

SVAR: $x \geq \frac{1}{3}$

d) $(x-3)(x+3) \leq x^2$

$x^2 - 9 \leq x^2$

(KONJUGATREGLN)

$x^2 - 9 - x^2 \leq x^2 - x^2$ (ADDERA $-x^2$)

$-9 \leq 0$

LÄGG MÄRKE TILL ATT $-9 \leq 0$ ÄR ALLTID ~~SANN~~ ~~SANN~~ ~~SANN~~ EN SANN UTSAGA. D.V.S. DEN URSPRUNGLIGA OLIKHETEN GÄLLER FÖR ALLA $x!$

SVAR: OLIKHETEN ÄR SANN FÖR ALLA x .

0.53

LÖS OUKHETEN:

$$a) \frac{x+1}{x(x-1)} < 0$$

VL ÄR NEGATIVT OM OCH ENDAST OM:

$$1) x+1 < 0 \quad \text{OCH} \quad x(x+1) > 0$$

$$2) x+1 > 0 \quad \text{OCH} \quad x(x-1) < 0$$

FALL 1:

$$x+1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad x < -1$$

$$x(x-1) > 0 \quad \text{TECKENTABELL:}$$

x	0	1
$x(x-1)$	+	-
	0	+

$$\text{D.V.S: } x(x-1) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x < 0 \quad \underline{\text{ELLER}} \quad x > 1$$

VI SER ATT FALL 1 GÄLLER DÅ

$$x < -1 \quad \underline{\text{OCH}} \quad (x < 0 \quad \underline{\text{ELLER}} \quad x > 1)$$

DEN ENDA MÖJLIGHETEN ÄR $x < -1$.

FALL 2:

ANVÄND OVANSTÄENDE RÄKNINGAR FÖR ATT SE ATT

FALL 2 GÄLLER DÅ

$$x > -1 \quad \underline{\text{OCH}} \quad (x > 0 \quad \underline{\text{OCH}} \quad x < 1)$$

$$\text{D.V.S } 0 < x < 1.$$

$$\text{SVAR: } x < -1 \quad \text{ELLER} \quad 0 < x < 1.$$

0.55

LÖS OLIKHETEN:

b) $\frac{2x^2}{x+2} < x-2$

SKRIV OM SÅ ATT HL ÄR NOLL:

$\frac{2x^2}{x+2} - (x-2) < 0$ (ADDERA $-(x-2)$)

$\frac{2x^2 - (x-2)(x+2)}{x+2} < 0$ (SKRIV PÅ GEMENSAMT BRÄKSTRÄCK)

$\frac{2x^2 - (x^2 - 2^2)}{x+2} < 0$ (KONJUGATREGLN)

$\frac{x^2 + 4}{x + 2} < 0$

VL ÄR NEGATIVT OM OCH ENDAST OM TÅLDARE OCH NÄMNARE HAR SKILDA TECKEN. MEN TÅLDAREN ÄR ALLTID POSITIV SÅ OLIKHETEN GÄLLER PRECIS DÅ

$x+2 < 0 \iff x < -2$

SVAR: $x < -2$

KAP. 1.3

1.9 BERÄKNA:

e) $\sqrt{x^2} = |x|$

OBS! ROTUTDRAGNING RESULTERAR I ETT ICKE-NEGATIVT TAL
SÅ $\sqrt{x^2} \neq x$. TA T.EX. $x = -1$ FÖR ATT FÅ $\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 \neq -1!$

f) $\sqrt{(-x)^2} = |x|$

SAMMA RESONEMANG SOM OVAN. $\sqrt{(-x)^2} \neq -x$ I ALLMÄNHET!
JA T.EX. $x = 1$ FÖR ATT FÅ $\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 \neq -1!$

1.10 LÖS EKVATIONEN:

a) $|x| = 4$

TVÅ FALL:

$\underline{x < 0}$: $|x| = -x = 4 \Rightarrow x = -4$

$\underline{x \geq 0}$: $|x| = +x = 4 \Rightarrow x = 4$

SVAR: $x = \pm 4$

e) $|2x+1| = 1$

TVÅ FALL:

$\underline{2x+1 < 0}$:

$|2x+1| = -(2x+1) = 1 \Rightarrow 2x+1 = -1$
 $\Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

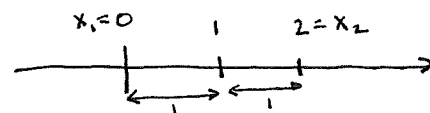
$\underline{2x+1 \geq 0}$:

$|2x+1| = 2x+1 = 1 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

SVAR: $x_1 = -1, x_2 = 0$

f) $|1-x| = 1$

KAN LÖSAS SOM OVAN. MEN $|1-x|$ KAN TOLKAS GEOMETRISKT
SOM AVSTÅNDET MELLAN 1 OCH x . $|1-x| = 1$ BETYDER
ALLTSÅ ATT AVSTÅNDET MELLAN 1 OCH x SKA VARA 1.
DETTA GÄLLER FÖR $x_1 = 0$ OCH $x_2 = 2$.

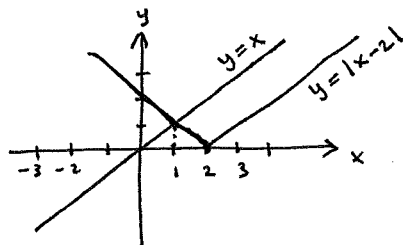


1.11

LÖS EKVATIONEN:

a) $|x-2| = x$

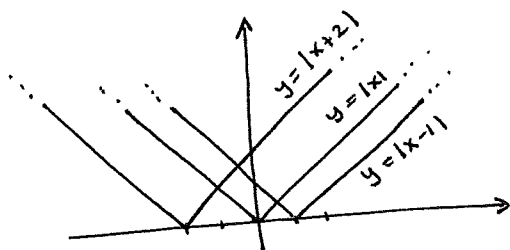
KAN LÖSAS GENOM UPPDELNING I FALL, MEN ENKLARE ÄR KANSKE ATT BETRAKTA GRAFERNA FÖR VL OCH HL OCH SE NÄR DE SKÄR VARANDRA



ENDAST EN SKÄRNING I PUNKTEN $x=1$.
DETTA ÄR SÅLEDES DEN ENDA LÖSNINGEN TILL EKVATIONEN!

SVAR: $x=1$

1.14



1.19 LÖS EKVATIONEN

a) $|x-1| + |x-2| = 2$

BESTÄM FÖRST NÄR UTTRYCKEN INNANFÖR ABSOLUTBELOPPEN ÄR POSITIVA EL. NEGATIVA.

x	1	2
x-1	- 0 + + +	
x-2	- - - 0 +	

VI SER ATT DET BLIR TRE OLIKA FALL:

1) $x \leq 1$:

$$|x-1| + |x-2| = -(x-1) - (x-2) = -2x + 3$$

$$-2x + 3 = 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

2) $1 < x < 2$:

$$|x-1| + |x-2| = x-1 - (x-2) = 1$$

INGEN LÖSNING TILL EKV. FÖR x I DETTA INTERVALL.

3) $x \geq 2$:

$$|x-1| + |x-2| = x-1 + x-2 = 2x - 3$$

$$2x - 3 = 2 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

SVAR: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{5}{2}$

KAP. 1.4

1.30

POLYNOM DIVIDĚRA:

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x - 3 \\ x^3 + x + 1 \overline{) x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x - 1} \\ \underline{-(x^5 + x^3 + x^2)} \\ 3x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1 \\ \underline{-(3x^4 + 3x^2 + 3x)} \\ -3x^3 - 4x^2 - x - 1 \\ \underline{-(-3x^3 - 3x - 3)} \\ -4x^2 + 2x + 2 \end{array}$$

$$\text{SVAR: } \begin{cases} \text{KVOT: } x^2 + 3x - 3 \\ \text{REST: } -4x^2 + 2x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \\ x - 1 \overline{) x^6 - 1} \\ \underline{-(x^6 - x^5)} \\ x^5 - 1 \\ \underline{-(x^5 - x^4)} \\ x^4 - 1 \\ \underline{-(x^4 - x^3)} \\ x^3 - 1 \\ \underline{-(x^3 - x^2)} \\ x^2 - 1 \\ \underline{-(x^2 - x)} \\ x - 1 \\ \underline{-(x - 1)} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{SVAR: } \begin{cases} \text{KVOT: } x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \\ \text{REST: } 0 \end{cases}$$

1.31

FAKTORISERA:

$$c) \quad x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x+1)(x-1)$$

$$d) \quad x^2 - 3x + 2$$

SÖK EN ROT. PRÖVA $x=1$: $1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$ OK

D.V.S $x-1$ ÄR EN FAKTOR. POLYNOMDIVIDERA:

$$\begin{array}{r} x-2 \\ x-1 \overline{) x^2-3x+2} \\ \underline{-(x^2-x)} \\ -2x+2 \\ \underline{-(-2x+2)} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{SVAR: } x^2 - 3x + 2 = (x-1) \cdot (x-2)$$

1.34

FAKTORISERA POLYNOMET $p(x) = x^3 - 2x - 4$

GISSA LÖSNING MED HJÄLP AV SATS 4 (S.54). OM $p(d)=0$,

$$d = \frac{p}{q} \quad \text{SÅ MÅSTE}$$

$$p = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \quad q = \pm 1$$

GENOM ATT PRÖVA DESSA MÖJLIGHETER SER VI ATT

$$p(2) = 2^3 - 2 \cdot 2 - 4 = 8 - 8 = 0$$

D.V.S $x-2$ ÄR EN FAKTOR.

$$\begin{array}{r} x^2+2x+2 \\ x-2 \overline{) x^3-2x-4} \\ \underline{-(x^3-2x^2)} \\ 2x^2-2x-4 \\ \underline{-(2x^2-4x)} \\ 2x-4 \\ \underline{-(2x-4)} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow p(x) = (x-2)(x^2+2x+2)$$

ÅTERSTÅR ATT FAKTORISERA x^2+2x+2 . DETTA KAN VI

GÖRA GENOM ATT LÖSA

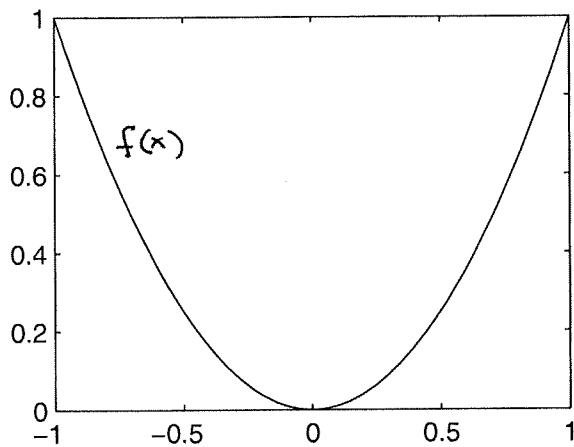
$$x^2+2x+2=0 \quad \xrightarrow{\text{(KVAADRATKOMPLETTERA)}} \Rightarrow (x^2+2x+1)-1+2=0 \Rightarrow (x+1)^2+1=0$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = -1 \quad \text{SAKNAR REELLA RÖTTER, TY } (x+1)^2 \geq 0!$$

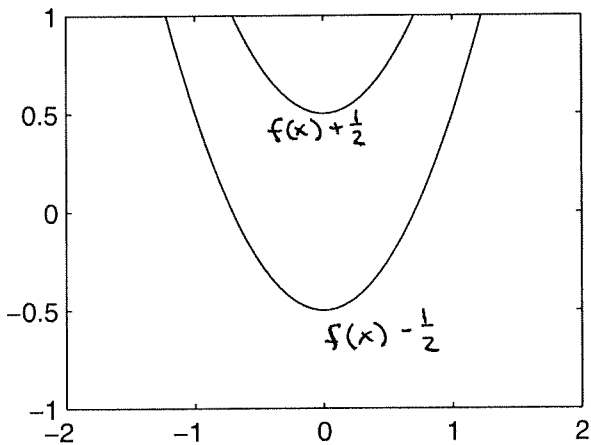
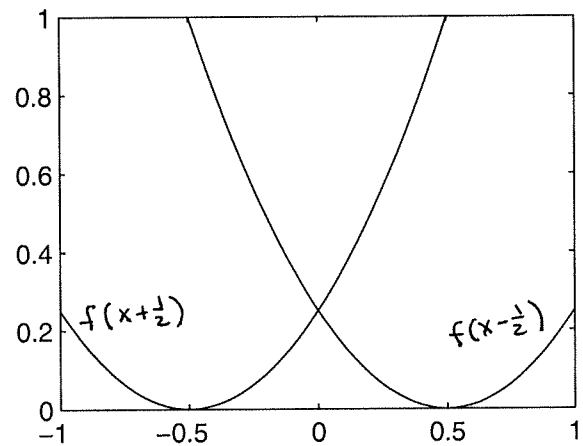
D.V.S VI KAN INTE FAKTORISERA x^2+2x+2 I REELLA FAKTORER.

$$\text{SVAR: } p(x) = (x-2) \cdot (x^2+2x+2)$$

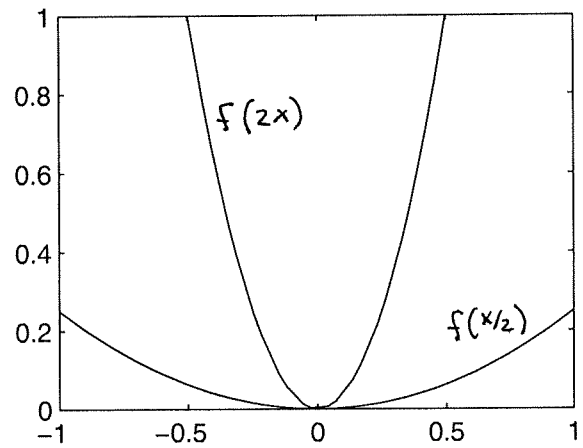
URSPRUNGLIG GRAF



FLYTTA I SIDLED



FLYTTA UPP OCH NED



PRESSA IHOP OCH DRA ISÄR I SIDLED

(a · f(x) — PRESSA IHOP/DRA ISÄR I VERTIKAL RIKTNING)