

Institutionen för Matematik, KTH

Lappskrivning 1, Analys i en variabel för I (SF1644) den 30/10 2008

Inga hjälpmedel är tillåtna.

(a) Råd för att undvika poängavdrag: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar; förklara symboler som införs; formulera given information i början låt sedan varje följande steg i ditt resonemang bygga på vad du skrivit tidigare; avsluta med en slutsats i en fullständig mening. Kursbokens presentation är en förebild, men inte lärarens förkortade skrivsätt på tavlan.

(b) Varning: Svar utan noggrann förklaring ger inga poäng.

Skrivningen har fyra uppgifter. Lämna in lösningar till **högst tre** av dessa. Varje godkänd lösning av en uppgift ger en bonuspoäng och maximalt ges tre bonuspoäng.

1. Använd gränsvärdets definition för att visa att $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$.
2. Bestäm de reella konstanterna a och b så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^2+x-2} & 0 < x < 1 \text{ och } 1 < x < 2, \\ b & x = 1 \end{cases}$$

är kontinuerlig på $]0, 2[$.

3. Bestäm gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 6x + 1} - \sqrt{x^2 + 2}$.

4. Anta att en reellvärd funktion f , definierad på det slutna intervallet $[a, b]$, är kontinuerlig på det öppna intervallet $]a, b[$ och att $f(a) \neq f(b)$. Antar f alla värden mellan $f(a)$ och $f(b)$? Motivera ditt svar med en sats eller ett exempel.

Lycka till!