4.3

④ ÄR $\left\{\begin{bmatrix}2\\-2\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\-3\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}-7\\5\\4\end{bmatrix}\right\}$ EN BAS FÖR $\mathbb{R}^3$?

BETRAKTA MATRISEN SOM HAR DESSA VEKTORER SOM KOLONNER:

$$\begin{bmatrix}2 & 1 & -7\\-2 & -3 & 5\\1 & 2 & 4\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\0 & -3 & -15\\0 & 1 & 13\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\0 & 1 & 13\\0 & 0 & 24\end{bmatrix}$$

MATRISEN HAR 3 PIVÅELEMENT SÅ ENLIGT SATS 6 UTGÖR VEKTORERNA EN BAS FÖR $\mathbb{R}^3$.

SVAR: JA!

---

⑧ ÄR $\left\{\begin{bmatrix}1\\-4\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\3\\-1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\-5\\4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\2\\-2\end{bmatrix}\right\}$

1. EN BAS FÖR $\mathbb{R}^3$?
2. LINJÄRT OBEROENDE?
3. SPÄNNER DE UPP $\mathbb{R}^3$?

1. EN BAS FÖR $\mathbb{R}^3$ MÅSTE BESTÅ AV 3 VEKTORER SÅ DE ÄR EJ EN BAS.

2. VEKTORERNA ÄR LINJÄRT BEROENDE TY DE HAR TRE ELEMENT MEN DET ÄR FYRA VEKTORER.

3. BETRAKTA MATRISEN MED VEKTORERNA SOM KOLONNER:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 3 & 0\\-4 & 3 & -5 & 2\\3 & -1 & 4 & -2\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & 0 & 3 & 0\\0 & 3 & 8 & 2\\0 & -1 & -5 & -2\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1 & 0 & 3 & 0\\0 & -1 & -5 & -2\\0 & 0 & -8 & -4\end{bmatrix}$$

DET FINNS 3 PIVÅELEMENT SÅ VEKTORERNA SPÄNNER UPP $\mathbb{R}^3$.

SVAR: 1. NEJ 2. NEJ 3. JA

$\boxed{4.3}$

BESTÄM EN BAS FÖR NOLLRUMMET TILL

(10)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 6 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -8 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

HITTA ALLA LÖSNINGAR TILL $A\bar{x} = 0$:

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & -8 & 1 & 9 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

D.V.S. x_3, x_5 FRIA OCH

$$x_1 = 5x_3 - 7x_5, \quad x_2 = 4x_3 - 6x_5, \quad x_4 = 3x_5$$

LÅT $x_3 = a$, $x_5 = b$, DÅ GES VEKTORER I Nul A AV

$$\begin{bmatrix} 5a - 7b \\ 4a - 6b \\ a \\ 3b \\ b \end{bmatrix} = a \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{u}} + b \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} -7 \\ -6 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{v}}$$

SÅ NOLLRUMMET SPÄNNS UPP AV $\bar{u}$ OCH $\bar{v}$. DESSA ÄR LINJÄRT OBEROENDE SÅ $\{\bar{u}, \bar{v}\}$ ÄR EN BAS TILL Nul A.

$\boxed{4.3}$

⑫ BESTÄM EN BAS FÖR LINJEN $y=5x$ I $\mathbb{R}^2$.

ALLA VEKTORER PÅ LINJEN KAN SKRIVAS

$$\begin{bmatrix} x \\ 5x \end{bmatrix} = x \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

SÅ $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$ ÄR EN BAS FÖR LINJEN.

---

⑯ BESTÄM EN BAS TILL $\text{Span}\{\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_5\}$

$$\bar{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_4 = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

BESTÄM PIVÅKOLONNER TILL $A = [\bar{v}_1 \cdots \bar{v}_5]$:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & -7 & -9 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & -8 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

PIVÅKOLONNER

VI SER ATT DE TRE FÖRSTA KOLONNERNA HAR PIVÅELEMENT SÅ $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ ÄR EN BAS TILL DET LINJÄRA HÖLJET.

SVAR: $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$.

$\boxed{4.4}$

④ BESTÄM $\bar{x}$ I STANDARDBASEN GIVET $[\bar{x}]_B = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$, $B = \left\{ \underset{\bar{v}_1}{\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}}, \underset{\bar{v}_2}{\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}}, \underset{\bar{v}_3}{\begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 3 \end{bmatrix}} \right\}$

ENLIGT DEFINITION HAR VI ATT

$$\bar{x} = -4\bar{v}_1 + 8\bar{v}_2 + 7\bar{v}_3 = \underbrace{[\bar{v}_1 \ \bar{v}_2 \ \bar{v}_3]}_{B} \underbrace{\begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}}_{[\bar{x}]_B}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & -5 & -7 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+24+28 \\ -8-40+49 \\ 16+21 \end{bmatrix} = \text{[illegible]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

---

⑧ BESTÄM $\bar{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$ UTTRYCKT I BASEN $B = \{\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3\}$ (DVS. SÖKT: $[\bar{x}]_B$)

$$\bar{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \bar{b}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \bar{b}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ENL. DEF.:

$$[\bar{b}_1 \ \bar{b}_2 \ \bar{b}_3]\,[\bar{x}]_B = \bar{x}$$

LÖS EKVATIONSSYSTEMET

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \\ 3 & 8 & 2 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 2 & -1 & -5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow [\bar{x}]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

(KONTROLL: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 8 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$ OK!)

4.4

⑩ ANGE MATRISEN SOM BYTER KOORDINATER FRÅN $B=\left\{\begin{bmatrix}3\\-1\\4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\0\\-5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}8\\-2\\7\end{bmatrix}\right\}$ TILL STANDARDBASEN.

SVAR: $\begin{bmatrix}3&2&8\\-1&0&-2\\4&-5&7\end{bmatrix}$

---

⑫ BERÄKNA MATRISEN SOM BYTER KOORDINATER FRÅN STANDARD~~KOORDINAT~~ BASEN TILL

$$B=\left\{\begin{bmatrix}4\\5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}6\\7\end{bmatrix}\right\}$$

OCH BERÄKNA $[\bar{x}]_B$ GIVET $\bar{x}=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$.

MATRISEN GES AV INVERSEN

$$A=\begin{bmatrix}4&6\\5&7\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{\det\begin{vmatrix}4&6\\5&7\end{vmatrix}}\begin{bmatrix}7&-6\\-5&4\end{bmatrix}=\frac{1}{28-30}\begin{bmatrix}7&-6\\-5&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7/2&3\\5/2&-2\end{bmatrix}$$

VI FÅR ATT

$$[\bar{x}]_B=A\bar{x}=\begin{bmatrix}-7/2&3\\5/2&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7\\5\end{bmatrix}$$

---

⑬ $B=\{1+t^2,\ t+t^2,\ 1+2t+t^2\}$ ÄR EN BAS FÖR $\mathbb{P}_2$.

BESTÄM KOORDINATERNA FÖR $\bar{p}(t)=1+4t+7t^2$ RELATIVT B.

$\mathbb{P}_2$ ÄR ISOMORF MED $\mathbb{R}^3$ SÅ VI KAN ÖVERFÖRA PROBLEMET TILL $\mathbb{R}_3$ OCH LÖSA PROBLEMET "SOM VANLIGT". I $\mathbb{R}^3$ ÄR $\bar{p}(t)$ GIVET AV VEKTORN $(1,4,7)$ OCH B AV $\{(1,0,1),(0,1,1),(1,2,1)\}$.

LÖS EKVATIONSSYSTEMET:

$$\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&2&4\\1&1&1&7\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&2&4\\0&1&0&6\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&2&4\\0&0&-2&2\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&0&2\\0&1&0&6\\0&0&1&-1\end{bmatrix}$$

D.V.S.

$\bar{p}(t)=2(1+t^2)+6(t+t^2)-(1+2t+t^2)$ $\quad(=1+4t+7t^2$ OK!$)$

SVAR: $[\bar{p}]_B=\begin{bmatrix}2\\6\\-1\end{bmatrix}$.

$\boxed{4.5}$

⑥

BESTÄM EN BAS OCH DIMENSIONEN AV DELRUMMET

$$W = \{ (3a+6b-c, 6a-2b-2c, -9a+5b+3c, -3a+b+c) : a,b,c \in \mathbb{R} \}$$

HITTA VEKTORER SOM SPÄNNER UPP W:

$$\begin{bmatrix} 3a+6b-c \\ 6a-2b-2c \\ -9a+5b+3c \\ -3a+b+c \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} + c\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} =: a\cdot\bar{v}_1 + b\cdot\bar{v}_2 + c\cdot\bar{v}_3$$

D.V.S. $W = \text{Span}\{\bar{v}_1,\bar{v}_2,\bar{v}_3\}$. ÄR $\{\bar{v}_1,\bar{v}_2,\bar{v}_3\}$ LINJÄRT OBEROENDE?

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 6 & -2 & -2 \\ -9 & 5 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 0 & -14 & 0 \\ 0 & 23 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

NEJ! $\bar{v}_1 + 3\bar{v}_3 = 0$. PLOCKA BORT $\bar{v}_3$. ÄR $\{\bar{v}_1,\bar{v}_2\}$ LIND. OBER.?

JA, TY $\bar{v}_1 \neq t\cdot\bar{v}_2$ ($\bar{v}_1$ EJ SKALÄRMULTIPEL AV $\bar{v}_2$.).

D.V.S. $\{\bar{v}_1,\bar{v}_2\}$ ÄR LINJÄRT OBEROENDE OCH $W = \text{Span}\{\bar{v}_1,\bar{v}_2\}$ SÅ $\{\bar{v}_1,\bar{v}_2\}$ ÄR EN BAS TILL W. EFTERSOM BASEN HAR TVÅ VEKTORER SÅ HAR VI ATT $\dim W = 2$.

<u>SVAR:</u> BAS: $\{\bar{v}_1,\bar{v}_2\}$, $\dim W = 2$, $\bar{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\bar{v}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$.

$\boxed{4.5}$ BESTÄM DIMENSIONEN AV $\text{Span}\{\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_4\}$ OM

⑫ $\bar{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_3 = \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$

VEKTORERNA ÄR LINJÄRT BEROENDE (4 VEKTORER I $\mathbb{R}^3$) SÅ BESTÄM VILKEN VEKTOR SOM KAN TAS BORT UTAN ATT ÄNDRA DET LINJÄRA HÖLJET:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -8 & -3 \\ -2 & 4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -3 & -8 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 7 \\ 0 & -2 & -10 & -6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -3 & -8 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad\quad \uparrow$
PIVÅKOLONNER

VI SER ATT DEN TREDJE KOLONNEN ÄR LINJÄRT BEROENDE AV DE ANDRA (DEN HAR INGET PIVÅELEMENT), SAMT SÅ SER VI ATT DE TRE ANDRA KOLONNERNA ÄR LINJÄRT OBEROENDE (DE HAR PIVÅELEMENT). SÅ

$$\text{Span}\{\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_4\} = \text{Span}\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_4\}$$

EFTERSOM ATT $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_4\}$ ÄR LINJÄRT OBEROENDE SÅ ÄR DIMENSIONEN $= 3$.

SVAR: 3

---

⑬ BESTÄM DIMENSIONERNA AV $\text{Nul}\, A$ OCH $\text{Col}\, A$ OM

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 9 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad\quad \uparrow$
PIVÅKOLONNER

A HAR 3 PIVÅELEMENT SÅ $\dim(\text{Col}\, A) = 3$.

EKVATIONEN $A\bar{x} = 0$ HAR 2 FRIA VARIABLER (x_3 OCH x_5) SÅ $\dim(\text{Nul}\, A) = 2$

SVAR: $\dim(\text{Nul}\, A) = 2$, $\dim(\text{Col}\, A) = 3$

$\boxed{4.6}$

④ BESTÄM BASER FÖR Col A, Row A, Nul A OM $A \sim B$ DÄR

$$A = \begin{array}{c}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 7 & 9 & -9 \\ 1 & 2 & -4 & 10 & 13 & -12 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 1 & -5 & -7 & 3 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & -5 & -4 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & & \uparrow & & \end{matrix}\end{array} \qquad B = \begin{array}{c}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 7 & 9 & -9 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & & \uparrow & & \end{matrix}\end{array} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{BAS FÖR Row A}$$

BAS FÖR Col A ←- - - - - - - - - - - - - PIVÅ KOLONNER

BASER FÖR Col A OCH Row A KAN UTLÄSAS FRÅN A OCH B. FÖR ATT BESTÄMMA EN BAS FÖR Nul A SÅ LÖSER VI $A\bar{x} = 0$

$$A \sim B \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 0 & 16 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & & \cdots & & & 0 \\ 0 & & \cdots & & & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 9 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & & \cdots & & & 0 \\ 0 & & \cdots & & & 0 \end{bmatrix}$$

D.V.S. x_3, x_5, x_6 FRIA OCH

$$x_1 = 2x_3 - 9x_5 - 2x_6, \quad x_2 = x_3 - 7x_5 - 3x_6, \quad x_4 = x_5 + 2x_6$$

SÅ $A\bar{x} = 0$ OM OCH ENDAST OM

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 2x_3 - 9x_5 - 2x_6 \\ x_3 - 7x_5 - 3x_6 \\ x_3 \\ x_5 + 2x_6 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = x_3 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_5 \cdot \begin{bmatrix} -9 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_6 \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} =: x_3 \cdot \bar{v}_1 + x_5 \cdot \bar{v}_2 + x_6 \cdot \bar{v}_3$$

DETTA GER ATT $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ ÄR EN BAS FÖR Nul A.

SVAR:

$$\underbrace{\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \\ 1 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}}_{\text{BAS FÖR Col A}}, \quad \underbrace{\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 7 \\ 9 \\ -9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}}_{\text{BAS FÖR Row A}} \quad \underbrace{\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -9 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}}_{\text{BAS FÖR Nul A}}$$

$\boxed{4.6}$

⑧ ANTAG ATT A ÄR EN 5×6 MATRIS MED 4 PIVÅKOLONNER.
VAD ÄR $\dim(\text{Nul } A)$? ÄR $\text{Col } A = \mathbb{R}^4$?

SVAR: $\dim(\text{Nul } A) = 6 - \text{rank } A = 6 - 4 = 2$

Col A ÄR ETT 4-DIMENSIONELLT DELRUM TILL $\mathbb{R}^5$, SÅ
$\text{Col } A \neq \mathbb{R}^4$ (OBS DOCK ATT Col A ÄR ISOMORFT MED $\mathbb{R}^4$!).

---

(14) OM A ÄR EN 4×3 MATRIS, VAD ÄR STÖRSTA MÖJLIGA DIMENSIONEN
AV Row A ? SAMMA FRÅGA OM A ÄR 3×4 ?

OBS: $\text{Row } A = \text{Col } A^T$. OM A ÄR 4×3 SÅ ÄR A^T 3×4 SÅ
Col A^T KAN HA DIMENSION HÖGST $= 3$ (TY KOLONNERNA LIGGER I $\mathbb{R}^3$).

OM A ÄR 3×4 SÅ ÄR A^T 4×3. NU KAN Col A^T HA DIMENSION
HÖGST $= 3$ TY A^T HAR BARA TRE KOLONNER (SVARET ÄR EJ 4
ÄVEN FAST KOLONNERNA LIGGER I $\mathbb{R}^4$ TY DET FINNS EJ TILLRÄCKLIGT
MÅNGA KOLONNER FÖR ATT SPÄNNA UPP $\mathbb{R}^4$).

SVAR: 3 I BÅGGE FALLEN
