LÖSNINGAR — LAPPSKRIVNING 1 — 2009/10/02 — SF1625

1. OPTIMERA: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$, $x \in [-1, 2]$

SÖK STATIONÄRA PUNKTER:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (x = -3) \text{ EJ I DEFINITIONSOMR.} \end{cases}$$

MIN/MAX ANTAS I RANDPUNKT EL. STATIONÄR PUNKT SÅ BERÄKNA VÄRDET I DESSA PUNKTER:

$$f(-1) = -1 + 3 + 9 + 1 = 12$$

$$f(2) = 8 + 12 - 18 + 1 = 3$$

$$f(1) = 1 + 3 - 9 + 1 = -4$$

SVAR: MAX 12, MIN -4. (GUL: MAX 6, MIN -10)

---

2. BESTÄM DEFINITIONS-/VÄRDEMÄNGD, EXTREMPUNKTER; SKISSERA GRAF

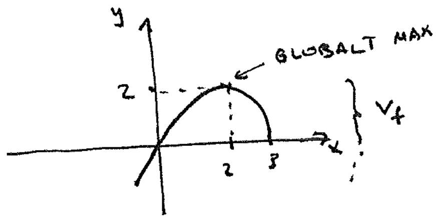
$$f(x) = x\sqrt{3-x}$$

UTTRYCKET UNDER ROTTECKNET MÅSTE VARA ≥ 0 SÅ $D_f = \{x : x \leq 3\}$.

SÖK STATIONÄRA PUNKTER:

$$f'(x) = \sqrt{3-x} + x \cdot \frac{-1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{2(3-x) - x}{2\sqrt{3-x}} = \frac{3(2-x)}{2\sqrt{3-x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$



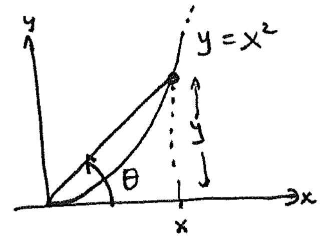
UPPFÖR TABELL MED "INTRESSANTA" PUNKTER:

x	0		2		3
$f(x)$	0		2		0
$f'(x)$		+	0	−	*

SVAR: $D_f = \{x : x \leq 3\}$, $V_f = \{y : y \leq 2\}$, $x = 2$ GLOBAL MAXPUNKT.

(GUL: $D_f = \{x \leq 1\}$, $V_f = \{y \leq 2/3\sqrt{3}\}$, $x = \frac{2}{3}$ GLOBAL MAXPUNKT)

③ SÖK UTTRYCK FÖR VINKELN SOM FUNKTION AV TIDEN, BESTÄM SEDAN DESS DERIVATA. DERIVATAN GER DEN EFTERFRÅGADE FÖRÄNDRINGSHASTIGHETEN AV VINKELN!



KALLA VINKELN θ. FRÅN FIGUR SER VI ATT

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

OBS! $\theta \in [0, \pi/2]$ SÅ $\arctan(\tan\theta) = \theta$:

$$\theta = \arctan(\tan\theta) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan\left(\frac{x^2}{x}\right) = \arctan x$$

DERIVERA MED AVSEENDE PÅ TIDEN t (SÅ x OCH θ ÄR FUNKTIONER AV t):

$$\theta'(t) = \frac{d}{dt}\left(\arctan x(t)\right) = \frac{1}{1+x(t)^2} \cdot x'(t) \qquad \text{(KEDJEREGELN!)}$$

GIVET ATT $x'(t) = 10$. OM $x = \cancel{3}1$ DÅ

$$\theta' = \frac{1}{1+\cancel{3}1^2} \cdot 10 = \frac{10}{2} = 5$$

SVAR: VINKELN ÄNDRAS MED 5 rad/s DÅ $x = 1$ m.

(GUL: $\theta' = 1$ rad/s DÅ $x = 3$ m)