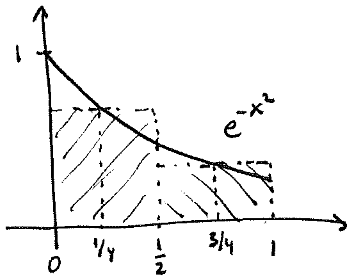
LÖSNINGSFÖRSLAG - LS2 - SF1625

1. UPPSKATTA AREAN UNDER GRAFEN T.EX. MED AREAN AV STAPLARNA I FIGUREN

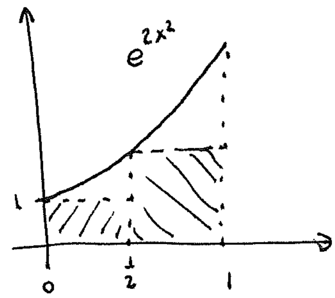


$$\int_0^1 e^{-x^2}dx \approx \frac{1}{2}\cdot e^{-(1/4)^2} + \frac{1}{2}\cdot e^{-(3/4)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(e^{-1/8} + e^{-9/16}\right)$$

QUL

EN UPPSKATTNING



$$\int_0^1 e^{2x^2}dx \approx \frac{1}{2}\cdot e^0 + \frac{1}{2}\cdot e^{2(1/2)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + e^{1/2}\right)$$

OBS! MAN KAN UPPSKATTA INTEGRALEN PÅ FLERA OLIKA SÄTT. DET VIKTIGA I UPPGIFTEN ÄR ATT MAN VÄLJER <u>TVÅ</u> STAPLAR.

2 a) DEN GENERALISERADE INTEGRALEN ÄR KONVERGENT OM FÖLJANDE GRÄNSVÄRDE EXISTERAR

$$\lim_{t\to\infty} \int_1^t f(x)\,dx$$

b) INTEGRALEN "SER KONVERGENT UT" TY VI HAR ATT DEN BETER SIG SOM $\cancel{x}/x^4 = 1/x^3$ OCH $\int_1^\infty \frac{dx}{x^3}$ ÄR KONVERGENT ("STANDARDINTEGRAL")

UPPSKATTA NÄMNAREN

$$3x^4 + \sin^2 x \geq 3x^4 + 0 = 3x^4$$

DETTA GER

$$\int_1^\infty \frac{x}{3x^4+\sin^2 x}\,dx \leq \int_1^\infty \frac{x}{3x^4}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{dx}{x^3} < \infty$$

D.V.S. INTEGRALEN ÄR KONVERGENT.

GUL

b) ANVÄND SAMMA UPPSKATTNING SOM OVAN

$$2x^3 + \cos^2 x \geq 2x^3 + 0 = 2x^3$$

VILKET GER

$$\int_1^\infty \frac{x}{2x^3+\cos^2 x}\,dx \leq \int_1^\infty \frac{x}{2x^3}\,dx = \frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{dx}{x^2} < \infty$$

D.V.S. INTEGRALEN ÄR KONVERGENT.

3.

$$\int_0^1 \arctan x \, dx = -\int_0^1 x \cdot \frac{1}{1+x^2} \, dx + \left[x \cdot \arctan x \right]_0^1$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\ln(1+x^2) \right]_0^1 + \arctan 1$$

$$= -\frac{1}{2}(\ln 2 - \ln 1) + \frac{\pi}{4}$$

$$= -\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{\pi}{4}$$