VIT

(1.) $y = x^2 + 3x + 4$

TANGENT I PUNKTEN $x = a$:

$p(x;a) = y(a) + y'(a)\cdot(x-a)$ (TAYLORUTV.)

$y'(x) = 2x + 3$

$p(x;a) = a^2 + 3a + 4 + (2a+3)(x-a)$

SÖK a S.A. $p(0;a) = 0$ (TANGENTEN GÅR GENOM ORIGO).

$p(0;a) = a^2 + 3a + 4 - 2a^2 - 3a = -a^2 + 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2$

$x = 2 \Rightarrow y = 4 + 6 + 4 = 14$

$x = -2 \Rightarrow y = 4 - 6 + 4 = 2$

SVAR: $(2,14)$ OCH $(-2,2)$ (GUL: $(3,30)$ OCH $(-3,6)$)

(3.) TEMP. INNE: a TEMP UTE: b TERMOMETERNS TEMP: $x(t)$

GIVET: $b = 5$, $x(1) = 15$, $x(2) = 10$, $x'(t) = k\cdot(b - x(t))$

$x' + kx = kb \Rightarrow e^{kt}x' + e^{kt}kx = e^{kt}kb$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}(e^{kt}\cdot x) = \frac{d}{dt}(be^{kt}) \Rightarrow e^{kt}\cdot x = be^{kt} + c$

$\Rightarrow \boxed{x(t) = b + ce^{-kt}}$

$x(1) = 5 + ce^{-k\cdot 1} = 15 \Rightarrow c = 10\cdot e^{k}$

$x(2) = 5 + ce^{-k\cdot 2} = 10 \Rightarrow c = 5\cdot e^{2k}$

$\Rightarrow 2 = e^{k}$

$\Rightarrow c = 10\cdot 2 = 20$

$a = x(0) = 5 + c = 25$

SVAR: 25 °C (GUL: 30 °C)

GUL/VIT

2\. a) $f(x) = \ln x$

$f'(x) = \frac{1}{x}$

$f''(x) = -\frac{1}{x^2}$

$f'''(x) = \frac{2}{x^3}$

$$p(x) = f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{f''(1)}{2}(x-1)^2$$

$$= 0 + 1 \cdot (x-1) + \frac{-1}{2} \cdot (x-1)^2 = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2$$

$$p(1.1) = 0.1 - \frac{1}{2} \cdot 0.1^2 = \frac{1}{10} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{20-1}{200} = \frac{19}{200}$$

SVAR: $f(1.1) \approx 19/200$

b) RESTTERM:

$$E = \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-1)^3 \quad \text{DÄR } \xi \text{ MELLAN } 1 \text{ OCH } x$$

OM $x = 1.1$ SÅ $\xi \geq 1$ OCH

$$E = \frac{2}{\xi^3 \cdot 3!} \cdot 0.1^3 \leq \frac{2}{1 \cdot 3!} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1000} < \frac{1}{1000}$$

VILKET SKULLE VISAS.