RÄKNEREGLER:

(i) $$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x))\, dx = \alpha \int_a^b f(x)\,dx + \beta \int_a^b g(x)\,dx$$ (LINEARITET)

(ii) $$f(x) \le g(x), \quad x \in [a,b] \implies \int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$$ (MONOTONICITET)

(iii) $$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

(iv) $$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

(OBS! $$\int_a^b f(x)g(x)dx \neq \int_a^b f(x)\,dx \cdot \int_a^b g(x)\,dx$$)

(v) $$\left| \int_a^b f(x)\,dx \right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx$$ (TRIANGELOLIKHETEN)

PRODUKTREGELN: $D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

LEDER TILL: $\int D(f(x)g(x))dx = \int f'(x)g(x)dx + \int f(x)g'(x)dx$

$$\boxed{\text{PARTIALINTEGRERING: } f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx = \int f'(x)g(x)dx}$$

KEDJEREGELN: $D(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$

LEDER TILL $\int D(f(g(x)))dx = \int f'(g(x))g'(x)dx$

$$\boxed{\text{VARIABELSUBSTITUTION: } \int f'(g(x))g'(x)dx = f(g(x)) + C}$$

HUVUDSATSEN: $\left.\begin{array}{l} S(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad a \le x \le b \\ f \text{ KONT. PÅ } [a,b] \end{array}\right\} \Longrightarrow S'(x) = f(x)$

(DERIVERA INTEGRAL FÖR ATT ÅTERFÅ FUNKTIONEN f.)
(VARJE KONT. FUNKTION HAR EN PRIMITIV.)

INSÄTTNINGSFORMELN: $\left.\begin{array}{l} f \text{ KONT. PÅ } [a,b] \\ F \text{ PRIMITIV TILL } f \end{array}\right\} \Longrightarrow \int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$

($\int_a^x f'(t)dt = f(x) - f(a)$ $\longrightarrow$ INTEGRERA f' FÖR ATT ÅTERFÅ f.)
(OM VI KÄNNER TILL PRIMITIV SÅ KAN VI BERÄKNA INTEGRALEN.)

DESSA TVÅ SATSER VISAR ATT DERIVERING OCH INTEGRERING ÄR "VARANDRAS INVERS"

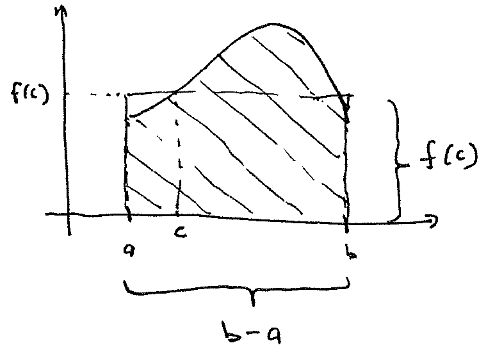
" $D(\int f) = f$ " (HUVUDSATSEN)

" $\int (Df) = f$ " (INSÄTTNINGSFORMELN)

INTEGRALKALKYLENS MEDELVÄRDESSATS:

$$f \text{ KONT. PÅ } [a,b] \implies \int_a^b f(x)\,dx = f(c)\cdot(b-a), \quad \text{NGT. } c \in [a,b]$$

TOLKNING:

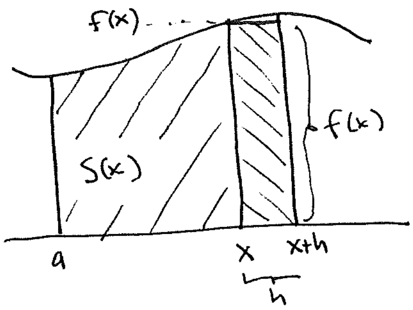


DET FINNS (MINST) EN PUNKT $c \in [a,b]$ SÅ ATT AREAN UNDER GRAFEN TILL f ÄR LIKA MED AREAN AV REKTANGELN MED SIDLÄNGDER $(b-a)$ OCH $f(c)$

ANALYSENS HUVUDSATS:

$$\left.\begin{array}{l} S(x) = \int_a^x f(x)\,dx, \quad a \le x \le b \\ f \text{ KONT. PÅ } [a,b] \end{array}\right\} \implies S'(x) = f(x)$$

TOLKNING:



OM x ÖKAR MED h SÅ ÖKAR AREAN $S(x)$ UNGEFÄR MED $f(x)\cdot h$, VILKET INNEBÄR

$$S'(x) \approx \frac{f(x)\cdot h}{h} = f(x)$$

$$\frac{S(x+h) - S(x)}{h} \approx \frac{S(x) + h\cdot f(x) - S(x)}{h} = f(x)$$