$\boxed{5.41}$ BESTÄM ALLA PRIMITIVA FUNKTIONER TILL:

b) $\sin^4 x$

ANVÄND DUBBLA VINKELSFORMELN FÖR COS:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \underbrace{(1-\sin^2 x)}_{\text{TRIG. ETTAN}} - \sin^2 x = \underline{1 - 2\sin^2 x}$$

$$= \cos^2 x - \underbrace{(1-\cos^2 x)}_{\text{TRIG. ETTAN}} = 2\cos^2 x - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x) \\ \cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x) \end{cases}$$

ANVÄND DETTA FÖR ATT SKRIVA OM $\sin^4 x$:

$$\sin^4 x = (\sin^2 x)^2 = \frac{1}{4}(1-\cos 2x)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x)$$

$$= \frac{1}{4}\left(1 - 2\cdot\cos 2x + \frac{1}{2}(1+\cos 4x)\right)$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\cos 4x$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{8}\cos 4x$$

DETTA GER:

$$\int \sin^4 x \, dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + C$$

SVAR: $\frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + C$