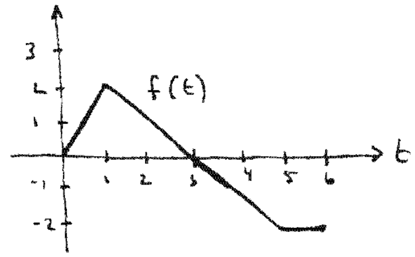
$\boxed{6.8}$ SKISSERA $S(x) = \int_0^x f(t)\,dt$



ENLIGT ANALYSENS HUVUDSATS SÅ ÄR $f(t)$ DERIVATAN AV $S(x)$.

STÄLL UPP UTTRYCK FÖR $f(t)$:

$$f(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \le t < 1 \\ 3 - t, & 1 \le t \le 5 \\ -2, & 5 \le t \le 6 \end{cases}$$

ANVÄND NU ATT OM $F(t)$ ÄR EN PRIMITIV FUNKTION TILL $f(t)$ SÅ

$$\int_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$$

STÄLL UPP PRIMITIV TILL $f(t)$:

$$F(t) = \begin{cases} t^2 + C_1, & 0 \le t < 1 \\ 3t - t^2/2 + C_2, & 1 \le t < 5 \\ -2t + C_3, & 5 \le t \le 6 \end{cases}$$

OM $0 \le x < 1$:

$$S(x) = \int_0^x f(t)\,dt = (x^2 + C_1) - (0^2 + C_1) = x^2$$

OM $1 \le x < 5$:

$$S(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \int_0^1 f(t)\,dt + \int_1^x f(t)\,dt =$$

$$= \left[t^2 + C_1\right]_0^1 + \left[3t - \frac{t^2}{2} + C_2\right]_1^x = 1 + 3x - \frac{x^2}{2} - 3 + \frac{1}{2} = -\frac{x^2}{2} + 3x - \frac{3}{2}$$

OM $5 \le x < 6$:

$$S(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \int_0^1 f(t)\,dt + \int_1^5 f(t)\,dt + \int_5^x f(t)\,dt$$

$$= -\frac{5^2}{2} + 3\cdot 5 - \frac{3}{2} + \left[-2t + C_3\right]_5^x = \frac{-25 + 15\cdot 2 - 3}{2} - 2x + 2\cdot 5$$

$$= -2x + 1 + 10 = -2x + 11$$

SVAR: $S(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \le x < 1 \\ -x^2/2 + 3x - 3/2, & 1 \le x < 5 \\ -2x + 11, & 5 \le x \le 6 \end{cases}$