

KAP 0.1

0.3 a) $x = 0.272727\dots$

$$100x = 27.2727\dots$$

$$100x - x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{99} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{3}{11} \quad \text{RATIONELLT TAL}$$

b) $x = 5.1999\dots$

$$100x = 519.999\dots$$

$$10x = 51.999\dots$$

$$100x - 10x = 519 - 51 = 468 \Rightarrow x = \frac{468}{90} = \frac{2 \cdot 234}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 26}{3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{26}{5}$$

RATIONELLT TAL

$$\begin{array}{r} 078 \\ 3 \overline{) 234} \\ \underline{21} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 3 \overline{) 78} \\ \underline{6} \\ 18 \end{array}$$

KAP 0.2

0.4 a) FÖRENKLA: ~~KÄRA~~

$$\begin{aligned} (x+3)(x-3) - (x+3)^2 &= x^2 - 3^2 - (x+3)^2 && \text{(KONJUGATREGEN)} \\ &= x^2 - 9 - (x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) && \text{(KVADRERINGSREGEN)} \\ &= x^2 - 9 - x^2 - 6x - 9 \\ &= -6x - 18 \\ &= -6(x+3) \end{aligned}$$

SVAR: $(x+3)(x-3) - (x+3)^2 = -6(x+3)$

b) FÖRENKLA:

$$\begin{aligned} (x+3)(x-3) - (x-3)^2 &= x^2 - 3^2 - (x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2) && \text{(KONJUGAT- OCH KVADRERINGSREG.)} \\ &= x^2 - 9 - x^2 + 6x - 9 \\ &= 6x - 18 \\ &= 6(x-3) \end{aligned}$$

SVAR: $(x+3)(x-3) - (x-3)^2 = 6(x-3)$

0.6 MULTIPLICERA V-L MED $(a-b)$ ($\neq 0!$):

$$\begin{aligned} & (a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & \quad \text{KONJUGERINGSREGELN} \\ & = (a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & \quad \text{KONJUGERINGSREGELN} \\ & = ((a^2)^2-(b^2)^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & \quad \text{KONJUGERINGSREGELN} \\ & = (a^8-b^8)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) \\ & = (a^{16}-b^{16})(a^{16}+b^{16}) \\ & = (a^{32}-b^{32}) \end{aligned}$$

EFTERSOM ATT $a-b \neq 0$ SÅ KAN VI DIVIDERA MED $a-b$:

$$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)(a^{16}+b^{16}) = \frac{a^{32}-b^{32}}{a-b}$$

0.9 b) FAKTORISERA:

$$\begin{aligned} x^2(x^2-9) + x^2-9 & = x^2 \cdot (x^2-9) + (x^2-9) \quad \leftarrow \text{(BYT UT } x^2-9) \\ & = (x^2+1) \cdot (x^2-9) \\ & = (x^2+1)(x+3)(x-3) \quad \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \end{aligned}$$

c) FAKTORISERA:

$$\begin{aligned} x^4-16 & = (x^2+4)(x^2-4) \quad \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \\ & = (x^2+4)(x+2)(x-2) \quad \text{--- " ---} \end{aligned}$$

e) FAKTORISERA:

$$\begin{aligned} (a-b)^2-4 & = ((a-b)+2) \cdot ((a-b)-2) \quad \text{(KONJUGERINGSREGELN)} \\ & = (a-b+2)(a-b-2) \end{aligned}$$

0.27 FÖRENKLA BORT ROTUTRYCK FRÅN NÄMNAREN:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{1+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} &= \frac{1+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} \cdot \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{3 + \sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 2 \cdot 2}{9 - 2} = \frac{7 + 7\sqrt{2}}{7} = 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad \frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{(\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{13} - \sqrt{11})} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{13 - 11} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} &= \frac{2(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})} = 2 \cdot \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{(x+1) - (x-1)} = 2 \cdot \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{2} \\ &= \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} \end{aligned}$$

FÖRUTSATT $x > 1$! ANNARS ~~KAN~~ KAN VI FÅ PROBLEM MED NEGATIVA RÖTTER SAMT DIVISION MED NOLL.

0.30 FÖRENKLA:

$$\text{a)} \quad \frac{x^2+1}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2} \cdot \frac{x^2+1}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{x^2(x^2+1)}{x^2+1} = x^2 \quad (x \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{x^2 - y^2}{(xy)^2}} &= \frac{\frac{y-x}{xy}}{\frac{(x+y)(x-y)}{x^2y^2}} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{(xy)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-xy(x-y)}{(x+y)(x-y)} = -\frac{xy}{x+y} \\ &\quad (x \neq y \neq 0) \end{aligned}$$

0.45 LÖS EKVATIONEN!

$$\begin{aligned} a) \quad x^3 + 10x^2 + 24x = 0 &\Leftrightarrow x \cdot (x^2 + 10x + 24) = 0 && (\text{BRYT UT } x) \\ &\Leftrightarrow x \cdot (x^2 + 2 \cdot 5x + 5^2 - 5^2 + 24) = 0 && (\text{KVADRATKONPL.}) \\ &\Leftrightarrow x \cdot ((x+5)^2 - 1) = 0 \end{aligned}$$

ANTINGEN ÄR $x=0$ ELLER $(x+5)^2 - 1 = 0$. LÖS EKV:

$$(x+5)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+5)^2 = 1 \Leftrightarrow x+5 = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - 5 = -4 \quad \text{ELLER} \quad x = -1 - 5 = -6$$

SVAR: EKVATIONEN HAR TRE RÖTTER: $x_1 = 0$, $x_2 = -4$, $x_3 = -6$.

0.48 LÖS EKVATIONEN

$$b) \quad \sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+1}$$

UTTRYCKEN UNDER ROTTECKNEN FÄR EJ VARA NEGATIVA, SÅ
 $3x+2 \geq 0$ OCH $2x+1 \geq 0$ MÅSTE HÅLLA. D.V.S. $x \geq -\frac{2}{3}$ OCH $x \geq -\frac{1}{2}$.

KVADRERA VL OCH HL:

$$3x+2 = 2x+1 \Leftrightarrow 3x-2x = 1-2 \Leftrightarrow x = -1$$

DETTA ÄR INTE EN GILTIG LÖSNING P.G.A. ATT DEN GER
NEGATIVT UTTRYCK UNDER ROTTECKNEN.

SVAR: EKVATIONEN SAKNAR LÖSNING

$$d) \quad \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+3} = x$$

MÅSTE HA ATT $x \geq 2$ OCH $x \geq -3$ FÖR ATT UNDVIKA RÖTEN
UR NEGATIVT TAL.

KVADRERA:

$$(x-2)(x+3) = x^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2x - 2 \cdot 3 = x^2$$

$$\Leftrightarrow x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

DESSA ROT ÄR GILTIG ENLIGT OVANSTÄENDE REASONEMANG.

SVAR: EKVATIONEN HAR RÖTEN $x=6$.

0.55 a) LÖS OLIKHETEN

$$\frac{x^2+1}{x} < x \iff \frac{x^2+1}{x} - x < 0 \iff \frac{x^2+1}{x} - \frac{x \cdot x}{x} < 0$$

↑
($x \neq 0!$)

$$\iff \frac{x^2+1-x^2}{x} < 0 \iff \frac{1}{x} < 0$$

$$\iff x < 0$$

ALT. $\frac{x^2+1}{x} < x \iff x + \frac{1}{x} < x \iff \frac{1}{x} < 0 \iff x < 0$

OBS! FARLIGT ATT MULTIPLICERA BÅGGE LED:

$$\frac{x^2+1}{x} < x \iff x^2+1 < x^2 \iff 1 < 0 \dots ?!$$

↑
FEL! ENDAST OM $x > 0!$

$x^2+1 > x^2$ OM $x < 0!$

0.55

LÖS OLIKHETEN:

$$b) \frac{2x^2}{x+2} < x-2$$

SKRIV OM SÅ ATT HL ÄR NOLL:

$$\frac{2x^2}{x+2} - (x-2) < 0 \quad (\text{ADDERA } -(x-2))$$

$$\frac{2x^2 - (x-2)(x+2)}{x+2} < 0 \quad (\text{SKRIV PÅ GEMENSAMT BRÄKSTRÄCK})$$

$$\frac{2x^2 - (x^2 - 2^2)}{x+2} < 0 \quad (\text{KONJUGATREGEN})$$

$$\frac{x^2 + 4}{x+2} < 0$$

VL ÄR NEGATIVT OM OCH ENDAST OM TÄLDARE OCH NÄMNARE HAR SKILDA TECKEN. MEN TÄLDAREN ÄR ALLTID POSITIV SÅ OLIKHETEN GÄLLER PRECIS DÅ

$$x+2 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad x < -2$$

SVAR: $x < -2$

0.58 BESTÄM EN EKVATION FÖR RÄT LINJE GEM FUNKTERNA:

a) $(-2, 1)$ OCH $(1, -2)$

"ENPUNKTSFORMELN":

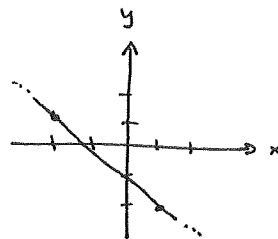
$$y = y_0 + k(x - x_0)$$

DÄR RIKTNINGSKOEFFICIENTEN k ÄR

$$k = \frac{-2 - 1}{1 - (-2)} = \frac{-3}{3} = -1$$

LINJENS EKVATION ENL. ENPUNKTSFORMELN OCH $(x_0, y_0) = (-2, 1)$:

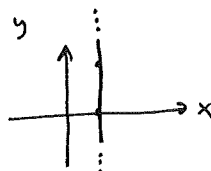
$$y = 1 + (-1) \cdot (x - (-2)) = 1 - (x + 2) = -x - 1$$



c) $(1, 0)$ OCH $(1, 2)$

VI KAN INTE TILLÄMPA ENPUNKTSFORMELN
DÄR RIKTNINGSKOEFFICIENTEN INTE
ÄR ÄNDLIG. D.V.S. LINJEN ÄR
VERTIKAL, DESS EKVATION GES AV

$$x = 1$$



0.59 BESTÄM EN EKVATION FÖR DEN RÄTA LINJE SOM

c) GÅR IGÄNOM PUNKTEN (a, b) OCH HAR RIKTNINGSKOEFFICIENT k .
ENPUNKTSFORMELN GER:

$$y = b + k \cdot (x - a)$$
