

Kontrollskrivning, 2007-09-28, kl. 08.00–10.00.

SF1602 Differential- och Integralkalkyl (envariabel) linje, för .

Kontrollskrivning MODUL 1. Skriv **program: samt namn och personnummer:**

1. (MODUL 1) Funktionen  $f$  definieras av  $f(x) = \pi + 2 \arcsin(3x)$ .  
(a) Ange definitionsmängd och värdemängd för  $f$ .  
(b) Ange invers-funktionen (inversen) till  $f$ .

---

$\arcsin y$  är definierat för  $-1 \leq y \leq 1$ , så  $f(x)$  är definierat för  $x \in [-1/3, 1/3]$ . Värdemängden blir  $[0, 2\pi]$ .

2. (MODUL 1) Beräkna summan

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}.$$

---

Detta är en geometrisk summa av typen  $\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ , (med  $x = -1/3$ ), vilken konvergerar för  $-1 < x < 1$ . Summan blir

$$\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{3(1-x)} = \frac{1}{4},$$

eftersom  $x = -1/3$ .

3. (MODUL 1) Visa att ekvationen  $x^3 - 2x - 1 = 0$  har en lösning i intervallet  $[1, 2]$ .

---

Funktionen  $f(x) = x^3 - 2x - 1$  är kontinuerlig på intervallet, och  $f(1) = -2$ ,  $f(2) = 3$ . Eftersom dessa har olika tecken ger satsen om mellanliggande värden att funktionen har ett nollställe i intervallet  $[1, 2]$ .