

Kontrollskrivning, 2007-10-31, kl. 08.00–10.00.

SF1602 Differential- och Integralkalkyl (envariabel) linje, för .

Kontrollskrivning MODUL 3. Skriv **program: samt namn och personnummer:**

1. (MODUL 3) Beräkna den obestämda integralen

$$\int e^{\sqrt{x}} dx.$$

Tips: inför ett lämpligt variabelbyte.

Vi inför variabelbytet $t = \sqrt{x}$, $x = t^2$, och vår integral blir därvid

$$\int e^t 2t dt = 2(t-1)e^t + C.$$

Byter vi tillbaka ser vi att

$$\int e^{\sqrt{x}} dx = 2(\sqrt{x}-1)e^{\sqrt{x}} + C.$$

2. (MODUL 3) Bestäm en primitiv funktion till

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

Partialbråksuppdelning och kvadratkomplettering ger

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = 1 + \frac{1}{(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} - \frac{2(x + \frac{1}{2})}{(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}.$$

En primitiv funktion blir nu

$$x + \frac{2}{\sqrt{3}} \arctan \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] - \ln \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right].$$