Kontrollskrivning, 2007-12-07, kl. 08.00–10.00.

SF1602 Differential- och Integralkalkyl (envariabel) linje, för .

Kontrollskrivning MODUL 4. Skriv **program:** **samt namn och personnummer:**

1. (MODUL 4) Betrakta summan

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{4n^2}}}.$$

Här är n ett positivt heltal. Vad händer med S_n då vi låter $n \to +\infty$? Om gränsvärde finns, bestäm då detta. Tips: Riemannsumma. (5)

S_n är en Riemannsumma för integralen

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}}.$$

Efter variablesubstitutionen $x = 2t$ får vi att

$$\lim_{n \to +\infty} S_n = \int_0^{1/2} \frac{2dt}{\sqrt{1-t^2}} = \left[2 \arcsin t\right]_0^{1/2} = 2 \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}.$$

---

2. (MODUL 4) Bestäm derivatan till funktionen

$$F(x) = \int_2^{x^2} e^{t^2}\, dt.$$

(5)

Låt $G(x)$ vara funktionen

$$G(x) = \int_2^{x} e^{t^2}\, dt.$$

Enligt integralkalkylens huvudsats har vi då att

$$G'(x) = e^{x^2}.$$

Dåblir derivatan av $F(x) = G(x^2)$ enligt kedjeregeln

$$F'(x) = G'(x^2)\, 2x = e^{x^4}\, 2x.$$