

Institutionen för matematik.
KTH

Tentamensskrivning, 2007-10-22, kl 8:00-13:00

SF1608, Matematik I för Media1.

Skriv ditt namn och födelsenummer på varje blad. Endast en uppgift per blad.

För betyg E (godkänt), D, C, B och A, krävs preliminärt minst 16, 19, 22, 26 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.

Samtliga behandlade uppgifter ska förses med en utförlig lösning och motivering.

Inga hjälpmedel!

- 1) Bevisa att (3p)

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

för alla reella tal $x \neq 1$.

- 2) Beräkna (3p)

$$\int_1^2 x^3 e^{x^2} dx.$$

- 3) Bestäm alla lokala extrempunkter (och deras karaktärer) av funktionen (3p)

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

- 4) Beräkna (3p)

$$\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}.$$

- 5) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (3p)

$$y'' - 2y' + 5y = \sin x + \cos x.$$

- 6) Beräkna den generaliserade integralen (4p)

$$\int_0^\infty \left(\frac{x^2}{x^2 + 9} - \frac{x^2}{x^2 + 4} \right) dx.$$

- 7) Bestäm Taylorutvecklingen av tredje ordningen (kring 0) till funktionen (4p)
 $\ln(1 + x)$, och beräkna värdet av den oändliga serien

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$$

om den konvergerar.

Vänd!

8) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (4p)

$$y'' - 5y' + 4y = 2e^x + 4x.$$

9) Bestäm $a \in \mathbb{R}$ så att funktionen (4p)

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{x^3}(x - \tan x) & \text{för } x \neq 0 \\ a & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

är kontinuerlig.

10) Beräkna längden av kurvan (4p)

$$x(t) = \cos^3 t, \quad y(t) = \sin^3 t, \quad t \in [0, 2\pi].$$