

Lösningsförslag till KS1 den 11 september

1A. Vektorerna är vinkelräta om deras skaljär produkt är noll. Vi räknar

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -1(t-1) + 2t + 2 = t + 3$$

och vi avgör att $t = -3$.

1B. Svar: $t = -8$.

2A. Svar:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad A^T \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

2B. Vi transponerar först matrisen:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Sedan beräknar vi

$$A^T \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) \\ 0 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 + 3 \cdot (-1) \\ 0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3A. Det är ett homogent system och det har matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Efter subtraktion av den första raden från den andra blir matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Den andra ekvationen är

$$-2x_2 - 3x_3 = 0$$

vilket ger $x_3 = t$ och $x_2 = -3/2t$. Insättning till första ekvationen ger $x_1 = t/2$.

Svar: $x_1 = t/2$, $x_2 = -3t/2$, $x_3 = t$, där t är godtyckligt reelt tal.

3B. Svar: $x_1 = -t$, $x_2 = -2t$, $x_3 = t$, där t är godtyckligt reelt tal.