

Lösningsförslag till KS2 den 25 september

1A. Vi utvecklar determinanten längs första raden:

$$\det A = 1 \cdot \begin{vmatrix} a & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = (a + 6) + (2 - 0) = a + 8.$$

Alltså, $a = -8$.

1B. Svar: $\det A = -a - 8$ och $a = -8$.

2A. Att bestämma koordinaterna x_1 , x_2 , x_3 av vektor \mathbf{u} i given bas innebär att bestämma sådana tal x_1 , x_2 , x_3 att $\mathbf{u} = x_1\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{v}_2 + x_3\mathbf{v}_3$. Jämförelse av motsvarande koordinater ger oss system av ekvationer

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = 1; \\ x_1 & + x_3 = -1; \\ -x_2 & + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

Det har lösningar $x_1 = -5$, $x_2 = 6$, $x_3 = 4$.

2B. Svar: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$.

3A. Svar:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3B. Svar:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$