

Låt KS betyda kontrollskrivning(ar). Låt KS2 betyda KS nummer 2. De gavs i två varianter, A och B. Låt A3 betyda variant A, uppgift nr 3.

Skriv tydligt! Motivera det Du gör!

KS1 den 9 april 2008:

A1. Visa att $f(x, y, z, t) = \cos(x + 2y - 2z - 5t)$ löser en vågekvation

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \text{ och bestäm } c.$$

A2. Transformer, genom att införa de nya variablerna

$u = (x + y) e^{-z}$, $v = (x - y) e^z$, $w = z$, differentialekvationen

$$y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \text{ till en ny (och enklare) form. (* Kan Du skriva ner dess lösning?)}$$

A3. För varje fix tidpunkt t beskriver ekvationen $2x + 3y - 6z + 100 = t$ ett plan Π i (xyz) -rummet. Låt klockan starta vid tiden $t = 0$. När tiden går och t växer, kommer planet (Π) farande på väg mot andragradsytan $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 49$. När kolliderar de? I vilken punkt eller i vilka punkter? Kan Du skissa en bild av hur det ser ut i kollisionsögonblicket?

B1. En linje i (xyz) -rummet är given på parameterformen $(3t, 2t, t)$, $t \in \mathbf{R}$. Under vilken vinkel skär denna linje andragradsytan $2x^2 - 3y^2 - 2z^2 = 16$? (*Vilken sorts yta är det?)