KTH Matematik, Jockum Aniansson.

Tentamen kurs SF1626 Flervariabelanalys för IT1 och ME1, torsdagen den 21 augusti 2008 klo. 14 – 19. Även för kurserna SF1655 och 5B1148, TEN1.

Inga hjälpmedel. / Den som har godkänt på kontrollskrivning nr i får automatiskt full poäng på uppgift nummer i, där $1 \leq i \leq 4$. De fyra första uppgifterna ger vardera maximalt 3 poäng; övriga ger maximalt 4 poäng, så maximum är 28 poäng. Preliminär betygsgräns för godkänt är 14 poäng. Den som erhåller 13 poäng (preliminärt) får betyg Fx, vilket innebär att Du får möjlighet att *komplettera* till betyg godkänt. Skriv gärna ner Din epostadress på Din tentamen, så kan vi kontakta Dig ifall Du fått betyget Fx. För övriga betygsgränser, se kursPM. **Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning.** Lösningsförslaget måste förklaras i ord. Bristande läsbarhet medför poängavdrag.

1.) Försök lösa den endimensionella vågekvationen $9\,\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ genom att pröva de nya koordinaterna $x + 3t$ och $x - 3t$.

2.) Givet ytan $S : \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{25} = 9$. Låt Q vara punkten $(6, -4, 5)$. Avgör huruvida x lokalt nära Q längs S kan lösas ut som en funktion av de övriga variablerna, samt beräkna i så fall de partiella derivatorna av denna funktion uti punkten Q .

3.) Låt talen a, b och c vara positiva. Låt D betyda hela x, y-planet. Beräkna integralen $\displaystyle\iint_D \frac{dx\,dy}{(\,a + b^2x^2 + c^2y^2\,)^2}$.

4.) Låt T vara triangeln i planet med hörn i punkterna $(2, 0)$, $(0, 1)$ och $(-1, -1)$. Låt Γ vara den slutna kurva som triangelns rand bildar. Utvärdera kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \left(1 - \frac{1}{r^2}\right)(x\,dx + y\,dy)$, där som vanligt $r^2 = x^2 + y^2$.

5.) Bestäm alla värden som antages av funktionen $f(x, y) = \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2 + 4y + 4} - 2}{x^2 + y^2 + 4y + 9}$ för alla reella x och y .

6.) Vid tillverkning av en pappersmugg vill man minimera pappersåtgången för given volym vätska. Muggen skall vara cylindrisk med en rund bottenskiva. Hur hög skall muggen göras i förhållande till bottenskivans storlek?

7.) a) Låt Ω betyda hela xy-planet $\mathbf{R}^2$. Utvärdera integralen (integralerna)
$$J = \iint_\Omega (x^2 - y^2)\,\mathrm{e}^{-x^2-y^2}\,dx\,dy + i\iint_\Omega 2xy\,\mathrm{e}^{-x^2-y^2}\,dx\,dy \ .$$
b) Avgör huruvida J kan skrivas på formen $J = \displaystyle\iint_{\mathbf{C}} z^2\,\mathrm{e}^{-|z|^2}\,dx\,dy$, där den komplexa variabeln $z = x + iy$ genomlöper hela det komplexa talplanet $\mathbf{C}$.

8.) Givet funktionen $f(x, y) = \dfrac{1 + \cos(\pi\sqrt{x^2 + y^2}\,)}{\left\{\,\sin(\pi\sqrt{x^2 + y^2}\,)\,\right\}^2}$. Avgör hur funktionen uppför sig nära enhetscirkeln C . Kan den göras kontinuerlig i en omgivning av C ? Kan den ha ett lokalt maximum eller minimum på C ?