

SF2715 Tillämpad kombinatorik, 6 hp

Vårterminen 2009

Första undervisningstillfälle: tisdagen den 17 mars klockan 13-15 i sal V12.

Kursansvarig

Jakob Jonsson
Institutionen för matematik (Lindstedtsvägen 25)
Rum 3629
Telefon: 08-790 7202
E-post: jakobj@kth.se

Kortfattad beskrivning

Detta är en fortsättningskurs i kombinatorik med betoning på problemlösning. Kursen omfattar sammanlagt 18 lektioner på 90 minuter. Examinationen består av fyra inlämningsuppgifter och en sluttentamen; inlämningsuppgifterna är frivilliga men ger bonuspoäng på skrivningen. Kursen är värd 6 hp, vilket motsvarar fyra veckors heltidsstudier.

Kursens innehåll kan grovt sorteras under följande fem rubriker:

Del I: Enumerativ kombinatorik

Vi diskuterar klassiska urvalsproblem ("bollar i urnor"), introducerar formella potensserier och studerar rekursioner, Fibonaccital och Catalantal.

Del II: Permutationer och partitioner

Vi fördjupar oss i teorin för permutationer och partitioner och studerar bland annat derangemang, involutioner, Belltal, Stirlingtal, diagram, pentagontal, tablåer och RSK-algoritmen. Formella potensserier och rekursioner spelar en viktig roll även i denna del.

Del III: Grafteori

Vi diskuterar grundläggande grafteoretiska begrepp som träd, Hamiltongrafer, nätverk, flöden, snitt, matchningar, diameter, hörnfärgningar, kromatiska polynom och planära grafer.

Del IV: Enumeration under gruppverkan

Vi studerar enumerationsproblem under gruppverkan, Burnsidess lemma, omärkta hörnfärgningar och cykelindex.

Del V: Felrättande koder

Vi diskuterar grundläggande egenskaper hos felrättande koder, undersöker olika begränsningar på kodstorleken och detaljstuderar linjära och perfekta koder.

För mer detaljer, se kursmål och kursplanering nedan.

Rekommenderade förkunskaper

SF1631 Diskret matematik (eller motsvarande).

Kurslitteratur

Peter J. Cameron, "Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms", Cambridge University Press, 1994. Boken finns på kårbokhandeln.

Ett kompendium med övningsuppgifter kommer att finnas tillgängligt på kurshemsidan vid kursens start.

Avsnitt i Cameron som ingår i kursen:

Del I Enumerativ kombinatorik	17-26/3	2.1-7 3.1-3, 3.7 4.1-3, 4.5 (sid 60-61) <i>Läs på egen hand: 2.1-4, 2.7</i> <i>Kursivt: 3.12, 4.7</i>
Del II Permutationer och partitioner	27/3-3/4	3.5, 3.8, 3.11 4.4, 4.5 (sid 62) 5.3 13.1-13.2, 13.4 <i>Kursivt: 3.6, 13.3</i>
Del III Grafteori	14-24/4	3.10 11.1-3, 11.5-11 18.1 (ej 18.1.4), 18.2, 18.4, 18.6 (sid 299-301 + 18.6.9), 18.7 <i>Läs på egen hand: 11.1-2</i> <i>Kursivt: 18.1.4, 18.3, 18.5</i>
Del IV Enumeration under gruppverkan	28/4-5/5	14.1-2 (sid 228-229), 15.1-4, 15.6 <i>Läs på egen hand: 14.1</i>
Del V Felrättande koder	8-12/5	17.1-6

Kursiva avsnitt tas upp i mån av tid och kommer ej att examineras. De avsnitt som ska läsas på egen hand är i huvudsak repetition från tidigare kurser. På lektionerna kommer vi att kort repetera de viktigaste begreppen och resultaten från dessa avsnitt.

Kursens mål

Denna kurs i kombinatorik är upplagd som en fortsättningskurs till SF1631 Diskret matematik och ska ge ökad förtrogenhet med grundläggande kombinatoriska resonemang, metoder och teorier. Kursen ligger till grund för såväl fortsatta studier i kombinatorik som tillämpningar inom närliggande discipliner, i synnerhet datalogi. Förmågan att resonera kombinatoriskt är av vital betydelse i teoretisk datalogi och kommer även till användning inom andra teoretiskt krävande inriktningar på datateknikprogrammet, exempelvis beräkningsteknik och programsystemteknik.

Efter kursen ska studenten kunna:

- konstruera kombinatoriska bevis för algebraiska identiteter och olikheter.
- utföra beräkningar med och härleda egenskaper hos formella potensserier.
- härleda rekursioner, genererande funktioner och explicita uttryck för kombinatoriskt definierade talföljder.
- beskriva och härleda egenskaper hos kombinatoriska standardobjekt (till exempel permutationer och partitioner) och vanligt förekommande kombinatoriska talföljder (till exempel Belltalen och Catalantalen).
- använda RSK-algoritmen för att härleda egenskaper hos permutationer och tablåer.
- använda klassiska algoritmer på en given graf för att finna delgrafer med lämpliga egenskaper.
- bestämma maximala flöden i nätverk, redogöra för kopplingen till satser av Menger, König och Hall samt tolka vissa problem i termer av nätverksflöden.
- beräkna och härleda egenskaper hos kromatiska tal och polynom samt tolka vissa problem i termer av graffärgning.
- använda satser av Euler, Kuratowski-Wagner och Appel-Haken för att härleda egenskaper hos planära och icke-planära grafer.
- tolka vissa räkneproblem i termer av enumeration under gruppverkan samt använda Burnsidess lemma och Pólyateori för att lösa problemen.
- konstruera, utföra kalkyl med och härleda egenskaper hos vissa koder.
- bestämma, tolka och jämföra olika gränser för möjliga kodprestanda.

En fingervisning om kraven för de olika betygen ges i övningshäftet. Varje problem i häftet har en gradering från A till E som anger den ungefärliga betygsnivå som problemet bedöms motsvara.

Examination

En skriftlig tentamen ges onsdagen den 27 maj 08:00-13:00 i sal L52. Anmälan till tentamen ska ske tidigast den 13 april och senast den 10 maj kl 24:00.

Fyra omgångar inlämningsuppgifter delas ut under kursens gång. Inlämningsuppgifterna löses individuellt och kan ge upp till 8 bonuspoäng på tentamen. Den maximala poängsumman kommer att vara 36 poäng plus bonuspoäng, alltså 44 poäng vid maximalt antal bonuspoäng. Inlämningsuppgifterna är frivilliga, men som följande tabell visar har de stor inverkan på det slutliga betyget.

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Poängsumma som garanterat ger betyget	36	32	28	24	20	18

Studenter som får betyget Fx ges möjlighet till komplettering och kan på så vis erhålla betyget E.

Mer information om tentamen och inlämningsuppgifter ges nedan.

Tentamen

Skrivningen består av åtta problem. De första fyra problemen ger totalt 12 poäng och har en svårighetsgrad i nivå med vad som bör krävas för betyget E. De sista fyra problemen ger totalt 24 poäng och har en högre svårighetsgrad. Jämfört med de fyra första problemen kräver dessa problem antingen mer komplicerade uträkningar eller djupare teoretiska kunskaper. En exempeltentamen kommer att finnas tillgänglig på hemsidan.

Inlämningsuppgifter

Var och en av de fyra inlämningsuppgifterna består av tre problem. Svårighetsgraden på två av problemen kommer att vara i nivå med de fyra första problemen på tentamen, dock med något mer krävande uträkningar. Det tredje problemet kommer att vara aningen svårare. Det är tillåtet att diskutera problemen med kurskamrater, men varje student måste lämna in en egen lösning som är formulerad med egna ord.

Inlämningsuppgifter och så småningom lösningsförslag kommer att vara tillgängliga för nedladdning från kurshemsidan från och med nedan angivna datum.

Inlämningsuppgift	Tillgänglig	Lämnas in senast	Lösningsförslag
1	20 mars	3 april	4 april
2	3 april	21 april	22 april
3	21 april	5 maj	6 maj
4	5 maj	19 maj	20 maj

Observera att lösningsförslagen postas dagen efter sista inlämningsdagen. Detta innebär att för sent inlämnade uppgifter ej kan ge bonuspoäng på tentamen. En senarelagd tidsgräns medges endast i undantagsfall och bör diskuteras med kursansvarig i god tid före sista inlämningsdag.

Lösningarna lämnas till läraren, exempelvis i samband med lektion, via email eller i brevlådan för inlämningsuppgifter utanför postrummet på institutionen för matematik (Lindstedtsvägen 25). I det sistnämnda fallet ska inlämningsuppgiften läggas i ett kuvert adresserat till Jakob Jonsson.

Den maximala poängsumman på de fyra omgångarna inlämningsuppgifter är $4 \times 10 = 40$ poäng. Bonuspoäng delas ut enligt följande tabell.

Total poäng på inlämningsuppg.	32-40	28-31	24-27	20-23	16-19	12-15	8-11	4-7	0-3
Bonuspoäng	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Kursplanering

Kursen omfattar 18 lektionspass om vardera 90 minuter. På dessa kommer vi att varva genomgångar av teori med problemlösning. Samtliga lektioner ges i sal V12.

Vid första undervisningstillfället utdelas en enkät med frågor om förkunskaper. Det huvudsakliga syftet med enkäten är att kontrollera att momenten som ingår i kursen inte redan har behandlats grundligt i tidigare kurser.

Nedanstående kursplanering är preliminär och kommer att uppdateras kontinuerligt.

Del I: Enumerativ kombinatorik			
tisdag	17 mars	13-15	Kursöversikt, illustrerande exempel
fredag	20 mars	15-17	Grundläggande enumerativ kombinatorik: olika sätt att räkna, binomialkoefficienter, bollar i urnor <i>Avsnitt:</i> 2.5-6, 3.1-3, 3.7 <i>Läs på egen hand:</i> 2.1-4, 2.7 <i>Kursivt:</i> 3.12
tisdag	24 mars	13-15	Fibonaccital och formella potensserier <i>Avsnitt:</i> 4.1-2
torsdag	26 mars	8-10	Rekursioner, Catalantal <i>Avsnitt:</i> 4.3 + extramaterial, 4.5 (sid 60-61)

Del II: Permutationer och partitioner			
fredag	27 mars	15-17	Introduktion till permutationer och partitioner, derangemang <i>Avsnitt:</i> 3.5, 3.8, 4.4 (första exemplet) <i>Kursivt:</i> 3.6
tisdag	31 mars	13-15	Involutioner, Belltal, Stirlingtal <i>Avsnitt:</i> 3.11, 4.4 (andra exemplet), 4.5 (sid 62), 5.3
torsdag	2 april	8-10	Partitioner, diagram, pentagontal <i>Avsnitt:</i> 13.1-13.2 <i>Kursivt:</i> 13.3
fredag	3 april	15-17	Tablåer, RSK-algoritmen <i>Avsnitt:</i> 13.4

Del III: Grafteori			
tisdag	14 april	13-15	Träd, Hamiltongrafer <i>Avsnitt:</i> 11.3, 3.10 + övning 3.26, 11.5-7 <i>Läs på egen hand:</i> 11.1-2
torsdag	16 april	8-10	Nätverk, maximala flöden <i>Avsnitt:</i> 11.8-9
fredag	17 april	15-17	Mengers, Königs och Halls satser, diameter, omfång <i>Avsnitt:</i> 11.10-11
tisdag	21 april	13-15	Hörfärgningar av grafer, perfekta grafer <i>Avsnitt:</i> 18.1 (ej 18.1.4), 18.2, 18.4 <i>Kursivt:</i> 18.1.4, 18.3, 18.5
fredag	24 april	15-17	Planära grafer, fyr- och femfärgssatsen <i>Avsnitt:</i> 18.6 (sid 299-301 och (18.6.9)), 18.7

Del IV: Enumeration under gruppverkan			
tisdag	28 april	13-15	Automorfigrupper, Burnsides lemma, omärkta hörfärgningar <i>Avsnitt:</i> 14.2 (228-229), 15.1-2 + extramaterial <i>Läs på egen hand:</i> 14.1
tisdag	5 maj	13-15	Cykelindex <i>Avsnitt:</i> 15.3-4, 15.6

Del V: Felrättande koder			
fredag	8 maj	15-17	Felrättande koder, Shannons sats, begränsningar på kodstorlek <i>Avsnitt:</i> 17.1-4
tisdag	12 maj	13-15	Linjära koder, perfekta koder <i>Avsnitt:</i> 17.5-6

fredag	15 maj	15-17	Genomgång av tentamensliknande uppgifter
--------	--------	-------	--

onsdag	27 maj	8-13	Tentamen (sal L52)
--------	--------	------	---------------------------