

Seminarium 3 i kursen SF1625 Envariabelanalys

1. Använd partiell integration för att hitta alla primitiva funktioner till:

A. $f(x) = x^2 \ln x$

B. $g(x) = xe^x$

C. $h(x) = x \sin x$

Kap 5.1 innehåller ett avsnitt om partiell integration, här står också allmänt om primitiva funktioner.

2. Använd variabelsubstitution för att hitta alla primitiva funktioner till:

A. $f(t) = \cot t$

B. $g(t) = t^3 e^{t^4}$

C. $h(t) = \frac{\ln t}{t}$

Kap 5.1 innehåller ett avsnitt om variabelsubstitution i integraler, här står också allmänt om primitiva funktioner.

3. Bestäm det positiva talet x så att integralen $\int_0^x (4t - t^2) dt$ maximeras. Bestäm också integralens maximala värde.

Glöm inte att rita figur!

4. Beräkna integralerna:

A. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$

B. $\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

C. $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$

D. $\int_0^3 |2x-1| dx$

Att beräkna integraler med hjälp av primitiv funktion handlar det om här. I A, B och C är integranderna derivator av välkända funktioner, inga trix behövs, bara insättningsformeln i kapitel 6.4. I uppgift D handskas man med absolutbeloppet på samma sätt som i Seminarium 1, se också kap 1.3, och så måste man använda någon av de räknelagar för integraler som det står om kap 6.3

5. Approximera integralen $\int_1^2 \frac{dt}{t}$ med hjälp av en Riemannsumma

A. Med 2 termer

B. Med 4 termer

C. Förklara varför dina svar på A och B kan användas som approximationer av $\ln 2$.

Läs om Riemannsummor i kapitel 6.2. Detta är viktigt för tillämpningar!

6. Beräkna nedanstående integraler! Här kan både partiell integration och variabelsubstitution behövas. Ibland krävs bådaddera i samma uppgift. Och ibland krävs något helt annat.

A. $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$

B. $\int \arctan x dx$

C. $\int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$

D. $\int_0^{10} \frac{10}{100+x^2} dx$

E. $\int_0^2 \frac{10}{100-x^2} dx$

F. $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx$

Några tips. I uppgift A gör man först substitutionen $t = \sqrt{x}$, sedan partialintegrerar man. I B börjar man med partialintegration. I D har vi en primitiv funktion i \arctan (nånting). I E handlar det om partialbråksuppdelning och i F är det återigen en substitution som gäller...

7. Frivillig uppgift. Låt $F(x) = \int_0^x e^{-t} \sin t dt$, $x \geq 0$. Bestäm alla kritiska punkter till funktionen F , dvs alla x sådana att $F'(x) = 0$. Är någon eller några av dessa punkter också lokala extrempunkter? Antar F något största värde?

Ovanstående uppgifter ska lösas inför seminarietillfälle 3. Till seminariet ska man ha med sig lösningar på dessa uppgifter, skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Lösningarna (med undantag för uppgift 1) ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå era lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar ni inför, använd vårt svenska språk för att förklara hur ni resonerar!

Vid seminariet kommer era lösningar att behandlas och diskuteras. Exempel på vad som kan hända: några uppgifter samlas in och rättas av lärare, några uppgifter kamraträttas, dvs rättas av andra studenter, några uppgifter blir lösta på tavlan av studenter (t ex av dig!). Precis vad som ska hända och vad du ska göra får du veta när du kommer dit. Men du måste vara så förberedd att du kan förklara alla dina lösningar framme vid tavlan inför de andra studenterna.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir man om man både närvarar vid hela seminarietillfället och på ett korrekt och bra sätt utför de uppgifter man blir tilldelad, dvs räknar och förklarar vid tavlan, rättar andra studenters lösningar, lämnar in korrekta och välskrivna lösningar osv.

Godkänd på hela seminarieserien blir man om man är godkänd på minst 4 av de 6 seminarietillfällena. Klarar man det får man automatiskt godkänt på uppgift 3 vid det ordinarie skriftliga tentamenstillfället (och endast vid detta tillfälle).

Observera att även om man är godkänd på de fyra första seminarietillfällena är det en god investering att delta vid de övriga tillfällena, eftersom det inte finns något bättre sätt att förbereda sig inför tentan än att delta i seminarierna.

Det är tillåtet att samarbeta när man löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som man inte arbetat med själv. Var och en ska skriva sina egna lösningar. Och observera detta: det räcker inte att ha med sig lösningar, man ska i detalj kunna förklara varje steg i lösningarna. Om du inte muntligt och skriftligt kan förklara din egen lösning riskerar du att inte bli godkänd.