

Matematiska Institutionen, KTH

Problem till övning nr 1, Linjär algebra D1, SF1604, vt 12.

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ 2x + 5y + z = 2 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

2. Lös, dvs bestäm samtliga lösningar till, de bägge systemen nedan

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - y + 2z = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - y + 2z = 4 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

3. Beskriv på något lämpligt sätt de taltripplar (a, b, c) för vilka nedanstående system är lösbart

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ x + 2y + 2z = b \\ x + 3y + 5z = c \end{cases}$$

4. Bestäm samtliga värden på talen a och b för vilka systemet nedan är lösbart, dvs har precis en lösning eller oändligt många lösningar.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ x + y + 2z = 1 \\ y + az = b \end{cases}$$

5. Varje homogent ekvationssystem med fler obekanta än ekvationer har oändligt många lösningar. Bestäm samtliga lösningar till nedanstående homogena ekvationssystem

$$\begin{cases} x + 2y - z + w + u = 0 \\ x - y + 4z - w + 2u = 0 \\ x + y + 3w + u = 0 \end{cases}$$

6. Låt $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ och $\mathbf{I}$ beteckna nedanstående 3×3 -matriser:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Bestäm $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, $\mathbf{AB}$, $(2\mathbf{A}) \cdot (3\mathbf{B})$ och $\mathbf{A}(\mathbf{B} + 2\mathbf{I})$.

7. Låt $\mathbf{C}$ beteckna nedanstående 1×4 -matris

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Bestäm $\mathbf{CC}^T$ och $\mathbf{C}^T\mathbf{C}$.

8. Skriv ekvationssystemet i uppgift 1 som en matrisekvation $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, med $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}^T$.

9. Låt $\mathbf{0}$ beteckna en nollmatris. Antag att både $\mathbf{c}$ och $\mathbf{c}'$ är lösningar till det linjära och homogena ekvationssystemet $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$, dvs $\mathbf{Ac} = \mathbf{0}$ och $\mathbf{Ac}' = \mathbf{0}$. Är det då sant att $\mathbf{c} + t \cdot \mathbf{c}'$ är en lösning till $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ för varje reellt tal t .

10. Antag att du får reda på att $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}^T$ och $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T$ är lösningar till systemen

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{respektive} \quad \mathbf{By} = \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Räcker denna information för att bestämma a) en lösning, b) samtliga lösningar, till systemet nedan

$$(\mathbf{BA})\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \\ 7 \end{pmatrix}$$

11. Fler övningar finns i läroboken. Se förslag i kursPM. Träna själv eller i grupp. Övning ger färdighet.