Matematik
KTH

Tentamen kurs SF2719 Matematikens historia fredagen den 1 juni 2012 klo 8 – 13.

Denna tentamen består av två delar.
Del ett besvaras **helt utan hjälpmedel**. Det innebär att lärobok, miniräknare och föreläsningsanteckningar skall förvaras **nedpackade** i Din väska framme hos tentamensvakten medan Du besvarar del ett. Lämna sedan in Dina svar i ett tentamensomslag **innan** Du börjar med Del två nedan. Då får Du taga fram nämnda hjälpmedel.

Se kursens hemsida
http://www.math.kth.se/math/GRU/2011.2012/SF2719/CL/index.html
för eventuell komplettering efter tentamen; skriv därför
Din eadress på tentamenskonvolutet.

Del ett – utan hjälpmedel.

Du måste försöka besvara lejonparten av frågorna i del ett.

Du får gärna skriva kortfattade och koncisa svar *om inget annat anges*.

Du kanske bör använda drygt halva tiden till del ett.

(Jag har nedan behållit den äldre stavningen av vissa grekiska ord, såsom
method, logarithm, arithmetik, orthogonal, symptom, asymptot.
Du behöver inte stava på detta arkaiserande sätt.)

Rita gärna figurer och bilder så ofta det passar när Du besvarar frågorna.

Försök placera **varje person** som **Du** nämner i rätt tid (århundrade) och i rätt land/länder/språkområde. Du bör också tillfoga något specifikt som vederbörande är känd för eller inom vilket område han arbetade.

Inom ramen för del två får Du besvara högst **två** av frågorna från del ett
en gång till.

1. Hur hade förmodligen matematikens historia "försenats" om det *alltid* hade varit molnigt i de gamla kulturländerna?

2. Låt AB vara diameter i en cirkel S och låt punkten C ligga någonstans mellan A och B längs denna diameter. Rita en normal $N = CD$ till diametern med fotpunkt i C och punkten D på cirkeln S .

Kan Du med grekernas method bevisa satsen som likställer arean $AC \cdot BC$ med kvadraten på CD utan att använda koordinater?

3. a) Kan Du återberätta hur Apollonios härledde ellipsens symptom?
b) Hur kan man lättast förklara att detta verkligen beskriver en ellips
("en delvis tillplattad cirkel")?

4. Kan Du ange några steg man kan taga om man vill konstruera en regelbunden fem- eller tiohörning på grekiskt vis?

5. Hur många olika regelbundna mångsidingar (polyedrar) finns det (kan man bygga) i vårt vanliga tredimensionella rum? Vad kallas de, hur många sidoytor har de, och vilken form har varje sidoyta?

6. a) Kan Du formulera någon av Ptolemaios' satser om kordan?

b) Hur ser formeln för "trig-ettan" ut, då den uttrycks medelst kordan i en cirkel, vars radie inte är ett?

7. Minns Du Herons sats och Brahmaguptas sats? Följer den ena satsen av den andra?

8. Kan Du inrangera (åtminstone sex av) följande personer i tidsordning och säga något om vad de är kända för?

Apollonios

Arkhimedes

Diofantos

Eukleides

Pappos

Ptolemaios

Pythagoras

9. Kan Du inrangera (åtminstone sju av) följande i tidsordning och berätta något om den fantastiska historia som de alla utgör länkar i?

Apollonios

Tycho Brahe

Nicolaus Copernicus

Galileo Galilei

Hipparkhos

Johannes Kepler

Isaac Newton

Klaudios Ptolemaios

10. Kan Du inrangera följande i tidsordning (vissa var samtida) och berätta något om dem?

Rafael Bombelli

Gerolamo Cardano

Leonardo från Pisa

Scipione del Ferro

Niccolò Tartaglia

11. Speciellt araberna räknade med något som kallas *surd.* Vad är det? Kan Du ge något exempel på en surd?

12. Kan Du berätta om någon som bedrev matematik på arabiska?

13. Denna uppgift handlar om sex klassiska funktioner.
Rita upp en rätvinklig triangel med olika långa kateter, och döp den spetsiga vinkeln. Rita sedan upp två likadana trianglar till.

a) Om den korta kateten har längden R, vad kallas de övriga sidornas längder?

b) Samma fråga, fast nu är det den långa kateten som antages ha längd R.

c) Samma fråga då "diagonalen" i figuren har längd R.

14. Vilken av Keplers lagar är enklast att förklara *och* dessutom enklast att ge ett någorlunda stringent och inte alltför långt bevis för? Vad säger denna lag?

15. Kan Du berätta om varifrån följande ord kommer?

algorithm   logarithm   siffra   sinus   zero

16. En armatur släpper ut ett ljusknippe från en punktformig ljuskälla genom en cirkelrund öppning. När ljuset faller in snett mot en vägg blir en del av väggen upplyst. Vad kan man säga om kurvan som avgränsar den upplysta delen av väggen från den del som ligger i skugga?

17. a) Leibniz hade problem med talet $\sqrt{\sqrt{-1}}$ som dyker upp som lösning till en polynomekvation med reella koefficienter — vilken ekvation?
b) Hur skrivs detta tal (dessa tal) idag? Hur många olika tal kan aspirera på att vara "roten ur roten ur minus ett" ?

18. Gauss upptäckte att talet 2 inte längre förblir ett primtal, om man istället för de vanliga positiva heltalen räknar med de "gaussiska heltalen" av typ $m + ik$, där m och k är vanliga heltal och $i^2 = -1$, **eftersom** talet 2 då *kan fakoriseras* som $2 = (1 + i)(1 - i)$.
Kan Du avgöra vilka av talen $3, 5, 7, 11, 13$ och 17 som kan faktoriseras på liknande sätt och därmed *förlorar* sin status som "odelbara primtal" ?

19. Vad menas med problemet att bestämma arean under en hyperbel? Vilken funktion dyker upp här?

20. Vad **betyder** uttrycken *fonction dérivée* och *functio derivata* **egentligen**?
(De infördes samtidigt med beteckningen $f'(x)$; när kan det ha varit?)

I följande fem frågor skall Du förtälja något om personen, som *inte* framkommit i Dina svar ovan.

21. Arkhimedes.   **22.** Newton.   **23.** Leibniz.   **24.** Euler.   **25.** Gauss.

26. Formulera en bra tentamensfråga (som inte återfinns här ovan) och ge ett bra svar.

27. Formulera en fråga (eller frågeställning) inom ämnet matematikens historia som Du gärna skulle vilja veta svaret på.

Del två – med hjälpmedel.

Efter att svaren till del ett lämnats in, får tentanden använda läroboken av Victor Katz och sina **egna** anteckningar från årets föreläsningar. Del två lämnas sedan in i ett **nytt** tentamensomslag.

Del två utgörs av några frågor och avslutas med en uppsats.

28. Leibniz kunde tänka sig att uppfatta d och $\int$ som två operatorer som är varandras invers(er), vilket skulle kunna uttryckas med de två symboliska formlerna

$d \int = 1 \qquad (i) \qquad\qquad$ och $\qquad\qquad \int d = 1\,. \qquad (ii)$

Hit kom han genom att skala bort så mycket som möjligt från två andra, något längre formler.

a) Kan Du förklara litet närmare?

b) Än idag kan man till nöds godkänna den ena av de två formlerna (i) och (ii) ovan — vilken, och varför?

29. Om man känner ett närmevärde för π med tre decimalers noggrannhet, så kan man **enkelt** med papper och penna beräkna värdet för kord(1^0) alias crd(1^0) uti Ptolemaios' tabell med *två* korrekta hexagesimaler (efter ettan) **utan** att gå igenom Ptolemaios' långa och mödosamma procedur. Hur?

30. Varför förtjänar Oresme en plats i matematikhistorien?

31. Förklara hur man kan börja bygga upp en sinustabell med *exakta* värden för vinklar såsom 15^0 , $22\frac{1}{2}^{\,0}$, 36^0 , 54^0 , 72^0 , om man startar med de allom kända värdena och dessutom den specifika uppgiften att $\sin(18^0) = (\sqrt{5} - 1)/4 \qquad (*)$.

(Var kommer $(*)$ ifrån?) (Hela denna fråga nr 31 kan utvidgas till ett uppsatsämne, se nedan.)

För uppsatsen har Du att välja på följande frågor/ämnen:

(Den spännande) historien om upptäckten av de komplexa talen och hur de användes fram t o m Euler och Gauss.

Kägelsnittens historia från (Menaikhmos eller) Apollonios t o m Newtons *Principia*.

Trigonometrins historia.

Hur man bygger upp en sinustabell med **exakta** värden; se fråga 31 ovan.

Kalkylens historia.

Lycka till! Jockum Aniansson