

Matematik
KTH

Tentamen kurs SF2719 Matematikens historia torsdagen den 20 augusti 2013 klo 14 – 19.

Denna tentamen består av två delar.

Del ett besvaras **helt utan hjälpmedel**. Det innebär att lärobok, miniräknare och föreläsningssanteckningar skall förvaras **nedpackade** i Din väska framme hos tentamensvakten medan Du besvarar del ett. Lämna sedan in Dina svar i ett tentamensomslag (eller med ett första försättsblad) **innan** Du börjar med Del två nedan. Då får Du taga fram nämnda hjälpmedel. *Gamla* tentamina får ej medtagas.

Se kursens hemsida

<http://www.math.kth.se/math/GRU/2012.2013/SF2719/index.html>

för eventuell komplettering efter tentamen; skriv därför

Din eadress på tentamenskonvolutet.

Del ett – utan hjälpmedel.

Försök besvara alla frågor i del ett.

Du får gärna skriva kortfattade och koncisa svar *om inget annat anges*.

Du kanske bör använda drygt halva tiden till del ett.

(Jag har nedan behållit den äldre stavningen av vissa ord, såsom method, logarithm, arithmetik. Du behöver inte stava på detta arkaiserande sätt.)

Rita gärna figurer och bilder så ofta det passar när Du besvarar frågorna.

Försök placera **varje person** som **Du** nämner i rätt tid (århundrade) och i rätt land/länder/språkområde. Du bör också tillfoga något specifikt som vederbörande är känd för eller inom vilket område han arbetade.

Inom ramen för del två får Du besvara högst **två** av frågorna från del ett en gång till.

1. Matematiken *som vetenskap* kan *med fog* sägas ha fötts i ett bestämt land eller språkområde - vilket?
2. Skriv minst t ex fem rader om var och en av de fyra-fem största matematikerna genom alla tider.
3. a) När och var infördes de idag använda **sex** olika trigonometriska funktionerna?
 b) När och var fick de sina *idag* använda namn?
 c) Två av dessa sex funktioner försöker vi undvika i Sverige - varför, vilka är de och *hur* kan man undvika dem?
4. Varför trycktes en gång stora tabeller med närmevärden till kvadratrötter ur heltal? Med kubikrötter?
5. Det gamla Kina har fått ett eget kapitel i läroboken. Varför? - Räknar författaren med att Mittens Rike skulle ha lämnat några bidrag till matematikens utveckling?
6. a) Fermat och Descartes kom på och skrev texter om ett mycket viktigt steg i matematikens utveckling ungefär samtidigt. Trots det fick den ene av dem ett mycket större genomslag än den andre. Kan Du ange åtminstone tvenne olika skäl härför?
 b) När och var var dessa herrar aktiva?
 c) Vilket avgörande steg kan det röra sig om?
7. a) Vilka är de arabiska matematiska verkens största bidrag till matematikhistorien?
 b) När inträffade detta?
8. a) Vilken annan vetenskap stod för länge sedan fadder för flera av matematikens grenar?
 b) Vilken tredje vetenskap spelade en utomordentlig roll för matematikens utveckling på 1700-talet?
 c) Kan Du nämna några problemställningar från denna "systervetenskap" som visade sig vara ytterst fruktbara för matematikens utveckling?
9. I den äldsta kordatabellen tror man att kordan bara angavs för vinklarna

$$7\frac{1}{2}^0, 15^0, 22\frac{1}{2}^0, \dots, 180^0.$$

- a) Varför är det endast dessa vinklar som figurerar i tabellen, tror Du? Och varför "nöjde man sig" med vinklar mellan noll och hundraåttio grader?
- b) Med vilken noggrannhet ("exakthet") tror Du kordan angavs i denna tabell?
- c) Efterföljarna till denna första tabell kom sedan att förbättras på åtminstone två *olika* sätt - vilka?
- d) Man kan också hävda att de förbättrades på ett tredje sätt, så att de numera sammanfaller med en av vår tids standardtabeller - vilken?

10. Varför kan vi inte i äldre matematiska verk finna den för oss relativt enkla, ganska självklara och allmänna formeln $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$?
11. Gauss hämtade inspiration till sina matematiska upptäckter och bragder *både* från den “renaste matematiken” (s k inommatematiska problem) *och* från tillämpad matematik, som ofta behandlar “utommatematiska problem”. Kan Du ge några exempel på vardera inriktningen i Gauss’ verk?
12. De tidigaste grekiska matematikerna tog intryck från två andra länder eller kulturer - vilka var det och vad kan det ha rört sig om?
13. Ange så många ord och termer av grekiskt ursprung som Du kommer på och som ingår i matematikens internationella vokabulär.
14. a) Hur kan det komma sig att det i matematikens internationella vokabulär förekommer så många ord och termer på latin (eller av latinskt ursprung) *trots* att romarna praktiskt taget inte alls bidragit till matematikens utveckling?
b) Ange ett antal sådana ord och termer av latinskt ursprung.
15. Vilken sorts matematik måste James Clerk Maxwell mästertligt behärska för att kunna lämna sina odödliga bidrag till vetenskapen?
16. Samma fråga gällande Albert Einstein.
17. Det finns **en** matematisk sats, som man tror har upptäckts oberoende i många olika kulturer i forntiden, *trots* att den bär en viss matematikers namn. Kan Du formulera denna sats så bra, exakt och uttömmande som möjligt?
18. När och var (och i förekommande fall av vem) infördes följande *symboler*? Minns Du hur man uttryckte samma sak *innan* “rätt symbol” hade införts?

+

−

=

$\sqrt{\quad}$

i

e

π

2^9 och 10^6

$\int$

f'

dx

$\frac{dy}{dx}$

19. Låt uttrycket **avgöra** i denna uppgift betyda *antingen* lösa ett problem eller bevisa en sats *eller* att visa att problemet *ej* kan lösas eller att satsen *ej* kan bevisas.

Försök för följande klassiska problem eller uppgifter ange när och var de fick sin ”slutgiltiga” lösning (när de “**avgjordes**”). Eller försök förklara *vilken sorts matematik* som behövdes för att avgöra problemen.

- a) Lösa vissa andragradsekvationer med heltalskoefficienter.
- b) Lösa *alla* andragradsekvationer med reella koefficienter.
- c) Lösa den allmänna tredjegradsekvationen.
- d) Lösa den allmänna fjärdegradsekvationen.
- e) Lösa den allmänna femtegradsekvationen.
- f) Sfärens area.
- g) Arean av ett parabelsegment.
- h) Ellipens brännpunkter.
- i) Parabelns brännpunkt.
- j) Arean under en hyperbel.
- k) Cirkelns kvadratur.
- l) Kubens fördubbling.
- m) Vinkelns tredelning.
- n) Problemet med planetbanorna.
- o) Brakhystokhronproblemet om den snabbaste vägen.
- p) Att beskriva trajektorien för en sten som kastas upp i luften.
- q) Att beräkna kilometerlånga projektilbanor för kanonkulor.
- r) Att tilldela uttrycket e^{ix} en mening. Följdfråga: Är denna mening/betydelse/omskrivning den “enda möjliga” och i så fall varför?
- s) Problemet att kunna lämna den s k retoriska matematiken och övergå till en mer symbolisk matematik.
- t) Fyrfärgsproblemet.
- u) Beräkna arean av en allmän buktig yta.
- v) Beräkna längden av en allmän kroklinje.
- w) Ersätta multiplikation av (besvärliga) tal med tabellslagning och addition av (t ex tiosiffriga) tal.

- 20.** Försök för vart och ett av följande verk ange när och var det skrevs, och av vem samt något om innehållet.

Philosophiae naturalis principia mathematica

Konika

Almagest

Arithmetika

Al-kitab al-muhtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala

De revolutionibus orbium coelestium

Mirifici logarithmorum canonis constructio

Euclides ab omni naevo vindicatus (ung. *Euklides befriad från varje fläck*)

Introductio in analysin infinitorum, 2 band, och

Institutiones calculi differentialis, 2 band, och

Institutiones calculi integralis, 3 band.

Disquisitiones Arithmeticae (*Arithmetische Untersuchungen*)

Lectures on quaternions

Opticks

Ars Magna, sive de regulis algebraicis

Ars conjectandi

Discours de la méthode, med bihanget *La Géométrie*

Method of fluxions

Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano

Mysterium cosmographicum och *Harmonice mundi*

Liber abaci

Stoikheia

De Thiende

Försök lösa fyra av uppgifterna 21 – 25.

- 21.** Visa satsen om centrumvinkel och periferivinkel. Obs. Det brukar bli två olika fall.
- 22.** Vad krävs för att två hyperbler skall vara likformiga?
- 23.** Verifiera att (kvadrat)roten ur 2 har kedjebråket $[1; 2, 2, 2, \dots]$.
- 24.** Visa att hyperbelns symptom löser ett fyr-linje-problem (ett locus-problem).
- 25.** Givet en parabel med symptom $yy = px$. Sök finna sträckan p i y -led i figuren. Finns det någon koppling till parabelns brännpunkt (fokus)?

Här slutar del ett, som skall lämnas in **separat**.

Del två – med hjälpmedel.

Efter att svaren till del ett lämnats in, får tentanden använda Katz' lärobok om matematikens historia, miniräknare och sina **egna** anteckningar från årets föreläsningar och från litteraturstudiet. Del två lämnas sedan in i ett **nytt** tentamensomslag (eller med ett nytt försättsblad).

Inom ramen för del två får Du besvara högst **två** av frågorna från del ett en gång till.

Uppsatsen bör vara allra minst tre sidor lång, men hellre fyra–fem sidor.

För uppsatsen får Du välja ett av följande ämnen/frågor:

Den utdragna historien om heltalen i Pascals triangel och hur detta sedan ledde Newton till hans binomialserie med dess kopplingar till både logaritmen, arcustangens och arcus-sinus.

Sannolikhetslärans historia inklusive normalfördelningens historia.

De plana geometriska kurvornas historia.

Den matematiska astronomins historia.

Heltalsarithmetikens historia.

Den icke-euklidiska geometriens historia.

Kägelsnittens historia från (Menaikmos eller) Apollonios till Newton.

Trigonometriens historia till och med Euler.

Kalkylens historia.

Lycka till!

Jockum Aniansson