

Matematik
KTH

Tentamen kurs SF2719 Matematikens historia onsdagen den 12 april 2017 klo 8 – 13 .

Denna tentamen består av två delar.

Del ett besvaras **helt utan hjälpmedel** så när som på linjal och passare. Det innebär att lärobok, miniräknare och föreläsningsanteckningar skall förvaras **nedpackade** i Din väska framme hos tentamensvakten medan Du besvarar del ett. Lämna sedan in Dina svar i ett tentamensomslag **innan** Du börjar med Del två nedan. Då får Du taga fram nämnda hjälpmedel. *Gamla tentamina* får ej medtagas.

Se kursens hemsida

<https://www.math.kth.se/math/GRU/2016.2017/SF2719/index.html>

för eventuell komplettering efter tentamen; skriv därför

Din eadress på tentamenskonvolutet.

Om bedömningen.

Skrivningen består av *tre moment*, varav de två första tillsammans kallas **Del ett**. Del ett omfattar två moment. Det första momentet omfattar frågorna 1 - 12. Det andra momentet omfattar räkneuppgifterna 21 - 24. Det tredje momentet utgörs av uppsatsen (del två). För godkänt resultat krävs att man blir godkänd i alla tre moment.

I det första momentet görs en sammanvägd kvalitativ bedömning; för godkänt krävs korrekta svar som motsvarar att minst hälften av frågorna är väsentligen korrekt besvarade. Hänsyn tas till frågornas omfattning så att mer omfattande frågor väger tyngre i bedömningen.

Bedömningen av det andra momentet (räkneuppgifterna) görs enligt samma princip.

För godkänt på **Del två** krävs att uppsatsen tager upp flertalet av de viktigaste aspekterna av uppsatsämnet, så som de beskrivs i kurslitteraturen och har diskuterats under föreläsningarna.

Del ett – utan hjälpmedel.

Du kanske bör använda drygt halva tiden till del ett.

Rita gärna figurer och bilder så ofta det passar när Du besvarar frågorna.

Försök placera **varje person** som **Du** nämner i rätt tid (århundrade) och i rätt land/länder/språkområde. Du bör också tillfoga något specifikt som vederbörande är känd för eller inom vilket område den personen arbetade.

Frågorna när och var nedan bör besvaras så noga Du kan och minns.

Följande rader rör främst de första tio frågorna:

Frågeordet **när** skall läsas som när, ungefär när, under vilket årtionde eller sekel eller under vilket tidevarv, **allt beroende på** hur mycket Du minns om detta. Exakta årtal kan vara bra, men krävs *icke* här.

På samma sätt skall ordet **var** tolkas som exakt var, ungefär var, i vilket land, inom vilket språkområde, i vilken del av en världsdel eller i vilken världsdel, allt beroende på hur mycket Du minns om detta.

Däremot kan frågor om **språk** inte besvaras lika svävande.

1. a) Varför räknar vi ännu idag med 360° på ett varv runt cirkeln? När, var och varför infördes detta? Berätta så mycket Du minns.
b) Inom vilket annat område har vi en snarlik indelning?
2. Leonhard Euler kunde lösa ekvationen $d^2y + y dx^2 = 0$ på tvenne olika sätt. *Hur* såg hans (formellt) olika lösningar ut, och vilken grundläggande berömd formel kom troligen till under hans försök att förklara hur de två olika lösningarna förhöll sig till varandra?
3. Grekerna “älskade” cirklar och tog räta linjer för givna. Vi skulle kunna säga att “generation ett” av geometriska objekt består av cirklar och räta linjer. (“Generation noll” skulle i så fall endast bestå av punkter.)
a) Vilka nya vackra geometriska objekt i det tredimensionella rummet kunde de grekiska matematikerna skapa direkt (generera) genom att *enbart* utnyttja cirklar och räta linjer i konstruktionen? (Dessa nya objekt kan vi kalla “generation två”.)
b) Vilka *nya plana* kurvor kunde de *sedan* definiera genom att nu enbart använda objekt från generation två ovan? Dessa nya plana kurvor kan vi betrakta såsom tillhörande “generation tre”.
4. a) Så kallade “surder” spelade en stor roll i matematiken under en viss epok. När och var hände det?
b) Vad är en surd?
c) Kan Du exakt formulera ett matematiskt problem som leder till en eller flera surder?

5. Här kommer några världsberömda verk. Försök för så många verk Du kan (åtminstone för sex olika författare) ange när, var och av vem de(t) skrevs samt vad de(t) handlar om.

Stoikheia,

Konika,

al-Kitab...al-Hind OCH al-Kitab...al-jabr... ,

Liber abbaci ELLER Liber abaci,

Ars Magna, sive de regulis algebraicis,

Mirifici logarithmorum canonis descriptio OCH Mirifici logarithmorum canonis constructio,

Mysterium cosmographicum OCH Astronomia nova OCH Harmonice Mundi,

Discours de la méthode ... MED bihanget La Géométrie,

Philosophiae naturalis principia mathematica,

Aryabhatiya,

Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo Tolemaico e Copernicano.

6. a) Varför är det inte svårt att beräkna arean av en cylinder eller en kon? Varför är det svårt att beräkna arean av en sfär?
b) Vem var den första att beräkna sfärens area?
c) Hur uttryckte upptäckaren svaret (sfärens area) helt utan att nämna det tal som vi numera kallar pi?
7. a) Medelst de positiva heltalen införde bl a grekerna heltalsförhållanden eller proportioner. Vad kallas dessa ofta idag (jämför del b nedan)?
b) De flesta matematiker är överens om att utvidgningen av talbegreppet från de positiva heltalen till allt mer invecklade eller svårtolkade tal nådde ett naturligt slutmål den dag man kunde lösa alla polynomekvationer. Vilket "slutmål" åsyftas, när hände detta och vilka "bar ansvaret" för detta?
8. Berätta om den tid då **ny** matematik skrevs på arabiska. Minns Du tre olika författare? Vad skrev de om? När skedde detta? Var?
9. a) Vem var den förste att skriva ner den allmänna andragradsekvationen med *godtyckliga* koefficienter? Tror Du det var samma person som skrev ner den allmänna *s k pq*-formeln för första gången?
b) För länge sedan hade *ingen någonsin* skrivit ner en *allmän* andragradsekvation med *godtyckliga* koefficienter. Hur kunde man då lära ut hur man löser en allmän andragradsekvation?

10. Med en **sluten formel** menas inom matematiken en “ändlig” formel “som tager slut”, såsom t ex
- (i) $3^2 + 4^2 = 5^2$,
 - (ii) $1728 = 12 \cdot 144 = 12^3$,
 - (iii) $(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n)^2 = 1 + 8 + 27 + 64 + \cdots + n^3$, $n = \text{heltal} \geq 1$.
- a) Berätta om formel (i).
 - b) När kunde man i Europa för första gången skriva formel (ii) på just detta sätt?
 - c) När och var upptäcktes (de första fem–tio fallen av) formel (iii)?
11. De formler, som är resultatet av en *oändlig process*, kallas ej slutna. Som exempel på oändliga processer räknas
- (iv) formler som innehåller bestämda integraler,
 - (v) formler som innehåller derivator,
 - (vi) formler som innehåller summor med oändligt många termer, samt
 - (vii) formler som innehåller produkter med oändligt många faktorer.
- a) Vilken “oändlig process” är inblandad i fall (iv) ovan?
 - b) Vilken “oändlig process” är inblandad i fall (v) ovan?
12. (Läs först igenom uppgifterna 10 och 11 ovan.)
- a) Känner Du till *någon* sluten exakt formel för pi alias π ?
 - b) Känner Du till någon berömd exakt formel för pi, som är resultatet av en oändlig process?
 - c) Samma fråga för talet π^2 .

Här kommer några **räkneuppgifter**. Lös åtminstone två av dem!

- 21. Visa att hyperbelns symptom löser ett fyr-linje-problem (ett locus-problem).
- 22. Verifiera att (kvadrat)roten ur 2 har kedjebråket $[1; 2, 2, 2, \dots]$.
- 23. Visa satsen om centrumvinkel och periferivinkel. Flera olika fall behöver behandlas.
- 24. Formulera och bevisa den vackra satsen av Menelaos.

Här slutar del ett som skall lämnas in separat.

Del två – med hjälpmedel.

Efter att svaren till del ett lämnats in, får Du använda läroboken av Victor Katz och Dina **egna** anteckningar från årets föreläsningar. I stället för läroboken får Du medtaga tryckta A4-sidor från läroboken. Del två lämnas sedan in i ett **nytt** tentamensomslag.

Del två består av en uppsats. Du måste välja **ett** av följande olika ämnen.

Uppsatsämnen (med förklaringar inom parentes).

Siffersystemets långa historia.

Kägelsnittens historia över mer än två tusen år.

(Konikernas historia och hur de nästan ständigt varit närvarande i matematikens historia.)

De trigonometriska funktionernas historia

(fram till och med att och hur de hamnade i de numera vanliga tabellerna över primitiva funktioner och derivator).

Talsystemets historia

(fram till och med kvaternionerna).

”Kampen mellan geometri och algebra.”

(Den mer än två millenier långa historien om hur den ena av dessa förlorade sin upphöjda position som matematikens allra främsta delområde.)

Lycka till !

Jockum Aniansson