

Matematik
KTH

Tentamen kurs SF2719 Matematikens historia måndagen den 19 december 2016 klo 14 – 19 .

Denna tentamen består av två delar.

Del ett besvaras **helt utan hjälpmedel** så när som på linjal och passare. Det innebär att lärobok, miniräknare och föreläsninganteckningar skall förvaras **nedpackade** i Din väska framme hos tentamensvakten medan Du besvarar del ett. Lämna sedan in Dina svar i ett tentamensomslag **innan** Du börjar med Del två nedan. Då får Du taga fram nämnda hjälpmedel. *Gamla tentamina* får ej medtagas.

Se kursens hemsida

<https://www.math.kth.se/math/GRU/2016.2017/SF2719/index.html>

för eventuell komplettering efter tentamen; skriv därför

Din eadress på tentamenskonvolutet.

Om bedömningen.

Skrivningen består av *tre moment*, varav de två första tillsammans kallas **Del ett**. Del ett omfattar två moment. Det första momentet omfattar frågorna 1 - 10. Det andra momentet omfattar räkneuppgifterna 11 - 13. Det tredje momentet utgörs uppsatsen (del två). För godkänt resultat krävs att man blir godkänd i alla tre moment.

I det första momentet görs en sammanvägd kvalitativ bedömning; för godkänt krävs korrekta svar som motsvarar att minst hälften av frågorna är väsentligen korrekt besvarade. Hänsyn tas till frågornas omfattning så att mer omfattande frågor väger tyngre i bedömningen.

Bedömningen av det andra momentet (räkneuppgifterna) görs enligt samma princip.

För godkänt på **Del två** krävs att uppsatsen tager upp flertalet av de viktigaste aspekterna av uppsatsämnet, så som de beskrivs i kurslitteraturen och har diskuterats under föreläsningarna.

Del ett – utan hjälpmedel.

Du kanske bör använda drygt halva tiden till del ett.

(Jag har nedan ställvis behållit den äldre stavningen av vissa ord, såsom Eukleides, Arkhimedes, method, logarithm, arithmetik, matematik, orthogonal, symptom, asymptot.

Du behöver inte stava på detta arkaiserande sätt.)

Rita gärna figurer och bilder så ofta det passar när Du besvarar frågorna.

Försök placera **varje person** som **Du** nämner i rätt tid (århundrade) och i rätt land/länder/språkområde. Du bör också tillfoga något specifikt som vederbörande är känd för eller inom vilket område den personen arbetade.

Frågorna när och var nedan bör besvaras så noga Du kan och minns.

Följande rader rör främst de första tio frågorna:

Frågeordet **när** skall läsas som när, ungefär när, under vilket årtionde eller sekel eller under vilket tidevarv, **allt beroende på** hur mycket Du minns om detta. Exakta årtal kan vara bra, men krävs *icke* här.

På samma sätt skall ordet **var** tolkas som exakt var, ungefär var, i vilket land, inom vilket språkområde, i vilken del av en världsdel eller i vilken världsdel, allt beroende på hur mycket Du minns om detta.

Däremot kan frågor om **språk** inte besvaras lika svävande.

1. I vissa skolor undervisades i de tre ämnena grammatik, retorik och dialektik, vilka tillsammans kallades *trivium*. (Dessa skolor kom därför att kallas *trivialsolor*.) Sedan kom fyra ämnen, som tillsammans kallades *quadrivium*. Vilka ämnen var det och hur tänkte man sig att dessa ämnen “hörde ihop”? När och var ägde detta rum, och vilket var i regel undervisningsspråket?
2. a) Uttryck ekvationen $4xx + 10x = 6 \cdot 6$ fullständigt i ord utan att ens använda ordet *plus* eller någon av symbolerna $+$, \cdot , $=$ eller x .
b) Vad kallas denna sorts matematik, där allt uttrycks i ord?
c) Lös denna ekvation geometriskt (med geometriska figurer).
3. a) Under mer än två tusen år av matematik skrevs lejonparten av all ny matematik på ett av tre språk. Vilka tre språk rör det sig om?
b) Ange för åtminstone femton av följande låneord vilket språk de är hämtade från. Ange bara Ditt svar om Du är någorlunda säker. (Om Du inte vill skriva av orden kan Du skriva svaren på detta papper och lämna in det.)

derivata	integral	parabel	centrum
hypotenusa	hexagon	pentagram	asymptot
sinus	sekant	tangent	algebra
substituera	logaritm	variabel	abscissa
limes	algoritm	konstant	maximum

4. Här kommer några världsberömda verk. Försök för så många verk Du kan (åtminstone för sex olika författare) ange när, var och av vem de(t) skrevs samt vad de(t) handlar om.

Stoikheia

Konika

al-Kitab...al-Hind & al-Kitab...al-jabr...

Liber abbaci

Ars Magna, sive de regulis algebraicis

Mysterium cosmographicum OCH Astronomia nova OCH Harmonice Mundi

Discours de la méthode ... MED bihanget La Géométrie

Philosophiae naturalis principia mathematica

Introductio in analysin infinitorum OCH Institutiones calculi differentialis OCH Institutiones calculi integralis

Disquisitiones Arithmeticae

5. a) Roten ur minus ett dök **inte upp** för första gången i samband med andragradsekvationer. Varför inte?
b) I vilket sammanhang dök den upp? Kan Du förklara varför?
c) “Trodde” de första som stötte på roten ur minus ett “på den”? Vem skrev den första boken därom, med en “kalkyl” för sådana tal?
d) Då uttrycken “två plus roten ur minus ett” och “två minus roten ur minus ett” för första gången dök upp i skrift uttrycktes de på ett lustigt sätt, där själva ordet “roten” inte var med — minns Du hur?
6. Arkhimedes lär som bekant vara den förste som helt rigoröst gav en berömd “instängning” av det transcendenta talförhållande, som av eftervärlden kom att kallas pi. Man kan vidare tänka sig att t ex Ptolemaios ville “översätta” dessa olikheter till det *sexagesimalsystem* han brukade:
Påstående. Från Arkhimedes’ gränser för pi följer att $3; 8, 27 < \pi < 3; 8, 35$.
Är detta påstående sant eller falskt?
7. a) En solig dag (med “solhöjd” θ) sitter en vertikal *gnomon* (en skuggpinne) med höjd a på marken och en horisontell *gnomon* (med längd b) på en lodrät vägg och kastar skuggor. Hur långa blir skuggorna? Hur långa blir hypotenusorna?
b) Var och när tror man att dessa “funktioner” infördes?
c) Varför står ordet “funktion” i förra frågan inom citationstecken — när infördes ordet funktion? Av vem?
8. a) Det *fanns ju* koordinater långt före sextonhundratalet; det fanns till och med *två olika* koordinatsystem för samma objekt. Minns Du vad dessa två par av koordinater hette? Vem använde dem?
b) Trots det talas det än idag så mycket om just de koordinater, som infördes för knappt fyrahundra år sedan — varför det?
9. Kan Du placera dessa fyra i tid och rum? Minns Du någon som verkade där?
Akademia Lykeion Mouseion Bayt al-Hikma

10. a) Ingen av Napier, Briggs och Vlacq införde den *naturliga logaritmen*. När insåg matematikerna att logaritmen (alla logaritmerna) faktiskt var intimt förknippad med arean under en hyperbelgren (arean av ett segment mellan en hyperbel och dess asymptot)?
- b) När insåg matematikerna att $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$?
- c) Vilka var med och döpte den till just *logarithmus naturalis* ?

Här kommer några **räkneuppgifter**. Lös åtminstone två av dem!

11. Visa hur man från symptomen för ellips och hyperbel hos Apollonios

$$yy = px \pm pxx/2a$$

kan få dessa kägelsnitts vanliga ekvationer innehållande termerna

$$uu/aa \text{ och } vv/bb.$$

OBS. Både ellips och hyperbel måste behandlas.

12. Arkhimedes' sats om parabelsegment: Visa att förhållandet mellan arean av ett (snett) parabelsegment och arean av den största möjliga inskrivna triangeln är såsom $4 : 3$. Denna uppgift får lösas medelst koordinater. Rita figur!
13. Formulera och bevisa den vackra satsen av Menelaos.

Här slutar del ett som skall lämnas in separat.

Del två – med hjälpmedel.

Efter att svaren till del ett lämnats in, får Du använda läroboken av Victor Katz och Dina **egna** anteckningar från årets föreläsningar. I stället för läroboken får Du medtaga tryckta A4-sidor från läroboken. Del två lämnas sedan in i ett **nytt** tentamensomslag.

Del två består av en uppsats. Du måste välja **ett** av följande olika ämnen.

Uppsatsämnen (med förklaringar inom parentes).

Kägelsnittens historia över mer än två tusen år.

(Konikernas historia och hur de nästan ständigt varit närvarande i matematikens historia.)

Flervariabelanalysens historia

(under åtminstone två sekler).

De trigonometriska funktionernas historia

(fram till och med att och hur de hamnade i de numera vanliga tabellerna över primitiva funktioner och derivator).

Talsystemens historia

(fram till och med kvaternionerna).

”Kampen mellan geometri och algebra.”

(Den mer än två millenier långa historien om hur den ena av dessa förlorade sin upphöjda position som matematikens allra främsta delområde.)

Viktiga läroböcker i kalkyl.

(Berätta om de allra viktigaste läroböckerna i differential- och integralkalkyl under åtminstone tvenne sekler. Skriv om åtminstone fem av de mest inflytelserika författarna från flera olika språkområden.)

Lycka till !

Jockum Aniansson