

Matematik
KTH

Tentamen kurs SF2719 Matematikens historia torsdagen den 27 oktober 2016 klo 8 – 13.

Denna tentamen består av två delar.

Del ett besvaras **helt utan hjälpmedel** så när som på linjal och passare. Det innebär att lärobok, miniräknare och föreläsningsanteckningar skall förvaras **nedpackade** i Din väska framme hos tentamensvakten medan Du besvarar del ett. Lämna sedan in Dina svar i ett tentamensomslag **innan** Du börjar med Del två nedan. Då får Du taga fram nämnda hjälpmedel. *Gamla tentamina* får ej medtagas.

Se kursens hemsida

<https://www.math.kth.se/math/GRU/2016.2017/SF2719/index.html>

för eventuell komplettering efter tentamen; skriv därför

Din eadress på tentamenskonvolutet.

Del ett – utan hjälpmedel.

Du kanske bör använda drygt halva tiden till del ett.

(Jag har nedan ställvis behållit den äldre stavningen av vissa ord, såsom Eukleides, Arkhimedes, method, logarithm, arithmetik, matematik, orthogonal, symptom, asymptot.

Du behöver inte stava på detta arkaiserande sätt.)

Rita gärna figurer och bilder så ofta det passar när Du besvarar frågorna.

Försök placera **varje person** som **Du** nämner i rätt tid (århundrade) och i rätt land/länder/språkområde. Du bör också tillfoga något specifikt som vederbörande är känd för eller inom vilket område den personen arbetade.

Frågorna när och var nedan bör besvaras så noga Du kan och minns. (Jämför nederst på sista sidan mer utförligt om orden **när** och **var**.)

1. I en kyrka inte långt ifrån KTH sitter ett stort epitafium på väggen. Där står bland annat

NAT. IN GALLIA MDXCVI
MORT. IN SVECIA MDCL

Vem rör det sig om? Berätta om denna persons bidrag till matematiken.

2. Den första trigonometriska funktionen var *inte* sinus utan en besläktad funktion med annat namn. Vad kallades den? Kan Du rita en figur och förklara dess definition? Vem brukar förknippas med de första *utförliga* tabellerna över denna funktion?

3. a) Fransmannen Gerbert av Aurillac (940–1003), som bl a verkade i Sevilla och Córdoba, innan han till slut blev påve år 999 under namnet Sylvester II, anses vara en av de första i Europa, som använde de nya siffrorna i en lärobok från år 980. Även Adelard av Bath (1075–1164) försökte införa de nya siffrorna. Dessa nya siffror har under seklerna haft *tre olika* namn – vilka?
- b) Vem var den mest kände introduktören av dessa nya siffror i Europa – vad hette han, när och var verkade han? Minns Du titeln på ett (eller flera) av hans mycket inflytelserika verk? Minns Du hans berömda talföljd?
- c) *Vilka* var det som i början kunde draga den största (ekonomiska) nyttan av dessa nya siffror? Kan Du förklara *varför* dessa nya siffror upplevdes som överlägsna?
4. Om en berömd person anses ha utfört många banbrytande ”storverk” under ett och samma år, så kallas detta år hans/hennes *annus mirabilis*. Om man använder alla romerska siffror precis *en* gång och med dem skriver det största årtal man kan, så får man fram ett sådant årtal. Vilket år gäller det, vilken person, och vilka bedrifter tror Du åsyftas?
5. a) Låt *censo* betyda ”saken i kvadrat”. Under vilka sekler presenterades ekvationer med orden ”censo och två gånger saken blir femton” ? Vad brukar denna form av matematik kallas? Kan Du finna saken?
- b) När vi idag skriver en liknande ekvation $3x^2 + 5x - 2 = 0$ så har *varje tecken* sin egen historia. Man brukar anse att bidragen till detta skrivsätt kommer från åtminstone fyra, fem olika länder. – Kan Du för varje tecken förtälja något om dess tillkomsthistoria? – Vad brukar denna form av matematik (denna ”sortens” matematik) kallas i motsats till del a) ovan?
6. Symbolen i förekommer i nedanstående fem formler i delvis *olika* betydelser. Kan Du för varje enskild formel förklara vad symbolen i betyder just där och/eller skriva om formeln så som vi brukar skriva (motsvarande) formel idag?

$$e^a = \left(1 + \frac{a}{i}\right)^i$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$f(x + i) = f(x) + pi + qi^2 + ri^3 + \dots$$

$$\left[\text{vilket sedan ger att } p = \frac{dy}{dx} = f'(x), \text{ om } y = f(x) \right]$$

$$g(x) = \sum \frac{(x-a)^i}{i!} g^{(i)}(a)$$

$$\sum i^3 = \left(\sum i\right)^2$$

7. Varför blev Niccolò Tartaglia så (heligt) förbannad på Gerolamo Cardano? Vad kunde Cardano anföra till sitt försvar? När och var utspelade sig detta?

8. En berömd matematisk bok bär titeln *The Whetstone of Witte*, which is the seconde parte of Arithmeteke: containing the extraction of rootes; the cossike practise, with the rule of equation; and the workes of Surde Nombres.
 Varför är denna bok så berömd? Minns Du vem som skrev den och när?
 Hur gammal tror Du proceduren med "the extraction of rootes" är?
 Vad åsyftas med "the cossike practise" ?
 Vad tror Du åsyftas med "the workes of Surde Nombres" ?
9. a) Ordet *sunya* på sanskrit (och dagens hindi) betyder bl a *tom*. Det återgavs på arabiska såsom *sifr*. Vad betydde det på arabiska? När kom detta ord till Europa?
 b) I svenska och engelska finns sammanlagt *tre* olika ord, som alla kommer från ordet *sifr*. Vilka tre är det och vad betyder de idag? Hur tror Du man kan förklara betydelseskridningen (i flera steg) från den ursprungliga betydelsen *tom* ?
10. a) Det arabiska språket verkar ha fungerat som den islamiska världens *lingua franca*. Under vilken tidsrymd publicerades/offentliggjordes **ny** matematik på arabiska? Var alla dessa författare araber eller hade vissa en annan bakgrund?
 b) På samma sätt har *ett annat språk* fungerat som den lärda europeiska världens *lingua franca* under många sekler. Vilket språk var det och varför? När började matematiska texter (i översättning) dyka upp på detta språk? När började man skriva **ny** matematik på detta språk? När tror de **sista**, **nya** matematiska upptäckterna publicerades på detta språk? Kan Du nämna några verkligt epokgörande verk som skrevs på detta språk?
11. Tag ett kägelsnitt (en "konik") K i planet och rita en sekant S , som skär koniken i två skilda punkter. Rita nu in ett flertal (minst fyra) andra sekanter till K , som alla är parallella till S . Varje sekant skall gå från en punkt på K till en annan punkt på K . Pricka så in mittpunkten på varje sekant. – Vad kan man nu säga om dessa mittpunkter, eller, med andra ord: Finns det en sats om dessa mittpunkters inbördes läge/placering? (Du får rita allt på fri hand.)
12. a) Inom en viss sorts geometri gäller för den geometrins trianglar med vinklar α, β, γ och area Y att $Y = \alpha + \beta + \gamma - \pi$. Vilken sorts geometri rör det sig om? Kan Du rita en förklarande figur?
 b) Samma frågor, fast i en annan sorts geometri, där det för den geometrins trianglar gäller att $Y = \pi - (\alpha + \beta + \gamma)$.
 c) Samma frågor, fast i en tredje sorts geometri, där det för den geometrins trianglar gäller att $Y \neq \alpha + \beta + \gamma - \pi = 0$.
13. Vem införde logaritmerna och uppfann ordet *logarithm*? Den log som då infördes var kanske inte riktigt den log som vi använder idag. Kan Du beskriva/uttrycka/definiera denna första log-funktion i termer av dagens log?
14. Berätta om Antikens ovedersägligen störste matematiker.
15. Berätta om hur kalkylen upptäcktes eller uppfanns och om de viktigaste bidragen.

16. Vem var sjuttonhundratalets störste matematiker (som levde hela sitt liv inom detta århundrade). Var det han som brukar räknas såsom alla tiders mest produktiva matematiker? Kan Du berätta en del om honom?
17. Formulera här en rolig/intressant fråga inom tentans ram, som Du gärna vill svara på, och giv sedan Ditt svar.

Här kommer nu tre numrerade **räkneuppgifter**. Den som vill får gärna *byta ut* en eller två av dessa räkneuppgifter mot nummer ME och/eller nummer PT nedan.

18. Låt K vara en cirkel. Låt tangentlinjen L tangera cirkeln K i punkten T . Drag en korda AB mellan två punkter A och B på cirkeln K och förläng den utanför cirkeln tills den skär (träffar, möter) tangenten L i punkten M . Vi har nu en cirkel ATB , en tangent TM och en sekant ABM (eller BAM). — Visa att AM gånger BM är lika med TM i kvadrat.
19. Givet en godtycklig parabel P i planet. Låt A vara en godtycklig punkt på P . Låt T vara tangenten till P i punkten A och låt L vara den unika ANDRA linjen genom A , som inte skär parabeln P i någon annan punkt.
- Låt nu T vara r -axel och L vara s -axel i ett (i allmänhet snett) koordinatsystem. Visa att ekvationen för parabeln P uti detta nya koordinatsystem blir utomordentligt enkel, nämligen av typ $rr = bs$, där b är en parameter.
20. Med passare och linjal kan man rita/konstruera en regelbunden pentagon. Det finns flera olika metoder. Välj själv en av dessa. Beskriv nu alla steg då man enligt denna metod konstruerar en regelbunden pentagon. Du *behöver inte* själv här använda passare och linjal, utan får rita figuren på fri hand.

ME. Formulera och bevisa Menelaos' sats.

PT. Formulera och bevisa Ptolemaios' berömda sats om en fyrsiding inskriven i en cirkel. Här kommer litet ledtrådar. Låt fyrsidingen ha hörn A , B , C och D . Rita även in de två diagonalerna AC och BD .

Redan i denna figur finns faktiskt fyra par av vinklar, som parvis är lika två och två. (Är deras vinkelsumma lika med två räta?) Tricket är nu att märka ut en punkt E på diagonalen AC , sådan att vinkeln ABE blir lika stor som vinkeln DBC . – Är nu triangeln ABE likformig med triangeln DBC ? Kan man i så fall uttrycka (arean) AE gånger BD på ett annat sätt? – Kan det vidare vara så att triangeln BCE är likformig med triangeln BDA ? Kan detta ge info om EC gånger BD ?

Här slutar del ett, som skall lämnas in separat.

För del två, se nästa sida.

Del två – med hjälpmedel.

Efter att svaren till del ett lämnats in, får Du använda läroboken av Victor Katz och Dina **egna** anteckningar från årets föreläsningar. I stället för läroboken får Du medtaga tryckta A4-sidor från läroboken. Del två lämnas sedan in i ett **nytt** tentamensomslag.

Del två består av en uppsats. Du måste välja **ett** av följande åtta olika ämnen:

Trigonometrins historia från urtid till adertonhundratalet.

Från euklidisk till icke-euklidisk geometri.

Den matematiska astronomiens historia såsom den speglas av Katz.

De många viktiga bidragen på arabiska till matematikens långa historia.

Historien om logaritmerna.

Om *vidareutvecklingen* av kalkylen **efter** Newton och Leibniz.

Historien om polynomekvationer från forntiden fram till och med Carl Friedrich Gauss.

(Den spännande) historien om upptäckten *och användningen* av de komplexa talen med tonvikt på Euler och Gauss.

Lycka till !

Jockum Aniansson

Följande rader rör främst de första sjutton frågorna:

Frågeordet **när** skall läsas som när, ungefär när, under vilket årtionde eller sekel eller under vilket tidevarv, **allt beroende på** hur mycket Du minns om detta. Exakta årtal kan vara bra, men krävs *icke* här.

På samma sätt skall ordet **var** tolkas som exakt var, ungefär var, i vilket land, inom vilket språkområde, i vilken del av en världsdel eller i vilken världsdel, allt beroende på hur mycket Du minns om detta.

Däremot kan frågor om **språk** inte besvaras lika svävande.