

Institutionen för Matematik, KTH,
Olle Stormark.

**Tentamen i 5B1147 Envariabelanalys för E1,
06–12–20, kl. 14.00–19.00.**

- Inga hjälpmedel.
- Du som har fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3, 4$) får automatiskt full poäng på tal i .
- Betygsgränser: 14–18 poäng ger betyget 3, 19–24 poäng ger betyget 4, och 25–28 poäng ger betyget 5.
- Om du har fått 13 poäng så har du möjlighet att göra en kompletteringstentamen. Kontakta Olle i så fall.

1. Bestäm talet a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{x-1} & \text{då } x \neq 1, \\ a & \text{då } x = 1, \end{cases}$$

blir kontinuerlig i punkten $x = 1$. (3p)

2. Funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{4}{1-x}$$

är uppenbarligen definierad då $x \neq 0$ och $x \neq 1$. Bestäm f :s värdemängd då $0 < x < 1$. (3p)

3. Beräkna integralen

$$I = \int_0^1 \frac{x+3}{x^2+4x+5} dx. \quad (3p)$$

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{2x - \sin 2x}. \quad (3p)$$

5. Visa att

$$\ln \left(\left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{1/2x} \right) > 1 \quad \text{då} \quad 0 < x < 1. \quad (4\text{p})$$

6. Bestäm allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 3y' + 2y = e^{3x} \cos x. \quad (4\text{p})$$

7. Beräkna längden av kurvan

$$y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \text{där} \quad 0 \leq x \leq \ln 2. \quad (4\text{p})$$

8. (a) Beräkna integralen

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx. \quad (2\text{p})$$

(b) Visa att serien $\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\sqrt{k}}$ är konvergent. (2p).

Lycka till!
Olle.