

**Tentamenskrivning, 2007-03-13, kl. 08.00-13.00**  
**5B1147, envariabelanalys för IT och ME (5p)**

**Preliminära gränser** för betygen 3, 4 och 5 är 14, 19 och 24 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförkaras **Bristande läsbarhet medför poängavdrag. ( kladdpaper skall inte lämnas in )**  
**Inga hjälpmedel**

Den som blivit godkänd på KS  $X$ ,  $1 \leq X \leq 4$ , hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS  $X$ , så skall motsvarande tal  $X$  inte räknas om

**3-poängsuppgifter**

- Beräkna  $\sin\left(\arcsin \frac{7}{8} + \arccos \frac{1}{4}\right)$
- Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen  
 $f(x) = \arcsin 4x + 2\sqrt{1 - 16x^2}$ ,  $-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}$ .
- Bestäm arean av området  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, y = \arctan x\}$
- Bestäm den minsta antal termer i serier  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$  som behövs för att approximera summan med ett fel  $\leq \frac{1}{3}10^{-3}$

**4-poängsuppgifter**

- En behållare full med vätska har formen av den rotationskropp som uppstår då området

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq y \leq \sqrt{\frac{1}{(x-2)(x-4)}}, 5 \leq x < \infty \right\} \text{ roterar ett varv kring } x\text{-axeln.}$$

I den nedersta delen av behållaren finns en kran som släpper ut vätskan med en volym enhet per sekund (1 v.e/s). Hur mycket tid behövs för att tömma ut hela behållaren.

- En myra rör sig med en längd enhet per sekund (l.e/s) på banan  $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cos^4 x \sin^2 x - 1} dx$ ,  
 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ . Hur mycket tid behöver myran för att gå över hela banan (från start till slutet av banan).

- Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen  $y'' - 8y' + 16y = 80x - 40 + 5e^{5x}$

**8a.** Bestäm ekvationen för normalen till kurvan  $y = \frac{x-1}{\sqrt{1+2x-x^2}}$  i punkten (2,1). (1p)

- 8b.** Kurvan  $y = \frac{x-1}{\sqrt{1+2x-x^2}}$  och dess normal i punkten (2,1) begränsar tillsammans med  $x$ -axeln ett ändligt område. Beräkna dess area. (3p)

**Lycka till**