

Institutionen för Matematik, KTH,  
Karim Dahö och Olle Stormark.

**Tentamen i 5B1147 Envariabelanalys för E, ME och IT**  
**07-05-31, kl. 8.00-13.00.**

- Inga hjälpmedel.
- Du som har fått godkänt på kontrollskrivning  $i$  (där  $i = 1, 2, 3, 4$ ) får automatiskt full poäng på tal  $i$ .
- Betygsgränser: 14-18 poäng ger betyget 3, 19-24 poäng ger betyget 4, och 25-28 poäng ger betyget 5.
- Om du har fått 13 poäng så har du möjlighet att göra en kompletterings-tentamen. Kontakta Karim eller Olle i så fall.

1. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x. \quad (3p)$$

2. Visa att  $e^x(1 - x) \leq 1$  för alla  $x$ . (3p)

3. Beräkna integralen

$$I = \int_0^7 \frac{x \, dx}{\sqrt[3]{x+1}}. \quad (3p)$$

4. Avgör om serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2+n)^n}$$

är konvergent eller divergent. (3p)

5. Avgör om ekvationen  $x^{-x} = 3$  har någon lösning då  $x > 0$ . (4p)

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen  $y'' + 4y = x^2$  vars graf tangerar den räta linjen  $y = x$  i origo. (4p)

7. Bestäm en primitiv funktion till

$$f(x) = \frac{3x}{x^3 + 1}. \quad (4p)$$

8. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - \sin x)^2}{(\cosh x - 1)^3},$$

där  $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ . MacLaurinserierna för  $\sin x$  och  $e^x$  antas vara kända, och behöver alltså inte härledas. (4p)

**Lycka till!**  
**Karim och Olle.**