

## KTH-Matematik

**Tentamenskrivning, 2008-03-10, kl. 14.00-19.00**

**SF1625, Envariabelanalys för CİNTE1(IT) och CMIEL1(ME ) (7,5hp)**

**Preliminära gränser.** Registrerade på kursen SF1625 får graderat betyg enligt skalan A (högsta betyg), B, C, D, E (lägsta godkända betyg), F (underkänt). Betygsgränserna är

26-28p för betyg A; 23-25p för betyg B; 20-22p för betyg C; 17-19p för betyg D; 14-16p för betyg E.

Den som fick 13p får tillfälligt betyg Fx som kan kompletteras till betyg E. Om kompletteringen misslyckas förvandlas betyget Fx till F. Kontakta i så fall läraren!

De som är redan registrerade på 5B1147 får betyg 5, 4, 3, K, U enligt det gamla systemet. Betygsgränserna då är 26p för betyg 5; 22p för betyg 4; 14p för betyg 3. Den som fick 13p får tillfälligt att kompletteras till betyg 3

**Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningförslaget skall textförklaras. Bristande läsbarhet medför poängavdrag. ( Kladdpaper skall inte lämnas in.) Inga hjälpmedel!**

Den som blivit godkänd på KS  $X$ ,  $1 \leq X \leq 4$ , hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS  $X$ , så skall motsvarande tal  $X$  inte räknas om.

### 3-poängsuppgifter

1. Bestäm alla sneda asymptoter till kurvan  $f(x) = \frac{2x^3 + 2x}{3x^2 - 3}$ .

2. Undersök om  $\ln x \leq x - 1$  för  $x > 0$ .

3. En behållare full med en viss vätska har formen av den kropp som uppstår då det ändliga område som begränsas av kurvorna  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  och  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$  roterar ett varv kring

$x$ -axeln. I nedersta delen av behållaren finns en kran som släpper ut vätskan med 1(v.e/s). Hur lång tid tar det att tömma behållaren?

4. Hur många riskorn behövs för att på ett schackbrädes 64 rutor lägga 1 riskorn på brädets första ruta, 3 på dess andra, 9 på dess tredje och så vidare, genom att vi varje gång multiplicerar antalet från föregående ruta med 3, till och med dess 64:e och sista ruta.

**Var god Vänd**

#### 4-poängsuppgifter

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen  $y'' - 2y' + 4y = 13\sin x$  som uppfyller  $y(0) = 0$  och  $y'(0) = 0$ .

6. Bestäm värdemängden till funktionen  $f(x) = \arctan(2x^2 + 1) - \arctan\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)$ .

7. Bestäm det minsta antal termer i serier  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1+k^4}$  som behövs för att approximera summan med ett fel  $\leq \frac{1}{3}10^{-3}$ . Förklara vad du gör med en figur.

8. Vilket av talen  $\sqrt[n]{n}$   $n = 2, 3, 4, \dots$  är störst?

( Tips: studera funktionen  $f(x) = x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{\ln x}{x}}$  för  $x > 0$  )