

**Tentamen i SF1625 Envariabelanalys för CELTE1, CMAST1,
CMED1 och CSAM1, 08–12–15, kl. 14.00–19.00.**

- Inga hjälpmedel.
- Du som har fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3, 4$) får automatiskt full poäng på tal i .
- Betygsgränser: 26–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 p ger betyget D och 14–16 p ger betyget E.
- Om du har fått 13 poäng så får du betyget Fx och har då möjlighet att göra en kompletteringstentamen. Kontakta din kursledare i så fall.
- För äldre teknolger ges betygen 5, 4, 3, K med krav som för A, B/C, D/E respektive Fx.

1. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 2}{\sqrt{5x^2 + 2x + 1}} \quad (3p)$$

2. Låt funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$$

vara definierad för $1 \leq x < \infty$. Bestäm f :s värdemängd (det vill säga mängden $\{y = f(x) : 1 \leq x < \infty\}$). (3p)

3. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}. \quad (3p)$$

4. Undersök huruvida serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \sqrt{n+3}}$$

är konvergent eller inte. (3p)

5. Visa att

$$\ln x > 2 \frac{x-1}{x+1} \quad \text{då} \quad x > 1. \quad (4p)$$

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' + 4y = 2 \sin x$$

som uppfyller $y(0) = y'(0) = 0$. (4p)

7. Beräkna volymen av den rotationskropp som uppstår då området mellan parablerna $y = x^2$ och $y = 8 - x^2$ roterar kring x -axeln. (4p)

8. Betrakta funktionen $f(x) = \sqrt{1+x}$.

(a) Härled MacLaurinpolynomet $p_2(x)$ av ordning 2 och tillhörande restterm $R_3(x)$ för $f(x)$, så att $f(x) = p_2(x) + R_3(x)$. (1p)

(b) Visa att

$$x \geq 0 \implies |R_3(x)| \leq \frac{x^3}{16}. \quad (1p)$$

(c) Använd resultaten ovan för att beräkna ett närmevärde till $\sqrt{17}$ och för att uppskatta feltermen:

$$\sqrt{17} = \text{närmevärde} \pm \text{felterm}. \quad (2p)$$

**Lycka till! och God Jul!!! önskar
Olle, Jockum, Armin och Göran.**