

Matematiska Institutionen
KTH

Lappskrivning nummer 1A till kursen Linjär algebra II, 5B1109, för F1 den 22/9 2006, 10.15-10.35.

Namn: OLOF HEDEN

Resultat: G

Lösningen räknas som godkänd om det mesta är rätt. Godkänd uppgift ger 1 bounspoäng vid tentamensskrivning på kursen. Detta gäller ordinarie tentamenstillfället och tentamensskrivningar fram till augusti 2007.

OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem

Bestäm den matris \mathbf{X} som löser följande ekvation:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Lösning:

Sedvanlig matriskalkyl ger att

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}.$$

Formeln för invertering av 2×2 -matriser ger

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1 \cdot 3 - 2 \cdot 2} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

och

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 2 - 1 \cdot 7} \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Således blir

$$X = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -27 \\ -5 & 17 \end{pmatrix}.$$