

TENTAMENSSKRIVNING, 2005-03-10, KL. 8.00-13.00
5B1116 MATEMATIK 2, FÖR BIO1, K1

För betyg 3 (godkänt) , 4 och 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig lösning och motivering. Lösningsförslag finns efter skrivningstidens slut på kurshemsidan.

Ange på skrivningsomslaget hur många bonuspoäng du har.

Inga hjälpmedel.

Lycka till!

1. Bestäm tangentplanet till funktionsytan $z = x^2 - y^2 + x^3y^3$ i punkten $(1, 2, 5)$.

(3 p)

2. Bestäm vinkelräta avståndet från origo till planet som går genom punkterna $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ och $(0, 0, 3)$. (ON-system.)

(3 p)

3. Bestäm matrisnormen för matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix},$$

dvs. bestäm kvadratroten ur det största egenvärdet till $A^T A$.

(3 p)

4. Bestäm största och minsta värde av funktionen $f(x, y) = x - y$ under bivillkoret

$$4x^2 + 6y^2 = 15.$$

(3 p)

5. Bestäm inversen till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 3 & 10 & 6 \end{pmatrix}.$$

Var god vänd!

6. Antag att f är en differentierbar funktion. Hur transformeras differentialekvationen

$$f'_x - 2xf'_y = 0$$

om man gör variabelbytet

$$\begin{cases} u = x \\ v = x^2 + y \end{cases}$$

Den transformerade ekvationen skall uttryckas i u , v och derivator av f med avseende på u och v .

(4 p)

7. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ i kvadraten $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$.

(4 p)

8. Transformera ekvationen

$$19x^2 + 6xy + 11y^2 = 40$$

på huvudaxelform och avgör vilken kurva ekvationen beskriver. Ange också huvudaxlarnas riktning.

(4 p)

9. Bestäm matrisen för den linjära avbildning som ger den vinkelräta projektionen av punkter i rummet på planet $x - 2y + z = 0$. (ON-system.)

(4 p)

10. a) Antag att A är en $n \times n$ -matris och S är en inverterbar $n \times n$ -matris. Visa att

$$\det(S^{-1}AS) = \det A.$$

(2 p)

b) Visa att $S^{-1}AS$ och A har samma karakteristiska polynom, dvs.

$$\det(S^{-1}AS - \lambda I) = \det(A - \lambda I).$$

I är här identitetsmatrisen.

(2 p)