

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Varje bonuspoäng ger 1 poäng på tentamen.

Det maximala antalet poäng på varje uppgift är angivet inom parentes i anslutning till uppgiften.

Samtliga behandlade uppgifter bör förses med utförlig lösning och motivering.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

---

**ANGE GRUPPNUMMER ELLER LÄRARENS NAMN PÅ OMSLAGET !**

---

1. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan  $xy^2 + 2yz^2 + 3zx^2 = 8$  i punkten  $(0,1,2)$ . (3p)
2. Bestäm inversen till matrisen  $A^{-1}A^T$  då  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . (3p)
3. a. Bestäm skärningspunkten mellan linjerna  
 $\mathbf{r}(t) = (2 - t, 3 - 2t, 3 - t)$  och  $\mathbf{p}(s) = (3 + 2s, 3 + 2s, 2)$ . (1p)  
b. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller de båda linjerna. (2p)
4. a. Bestäm Taylorpolynomet av andra graden till funktionen  $f(x,y) = x^2 + 2\cos(2x - y)$  kring punkten  $(1,2)$ . (2p)  
b. Beräkna, med hjälp av detta polynom, ett approximativt värde av  $f(1.1, 2.1)$ . (1p)
5. Bestäm konstanten  $a$  så att funktionen  $z = (2x - 3y)f(3x + ay)$  uppfyller differentialekvationen  $3z'_x + 2z'_y = 0$ , då  $f$  är en godtycklig, deriverbar funktion av en variabel. (3p)
6. a. Beräkna riktningsderivatan  $f'_v$  till funktionen  $f(x,y) = \frac{x+y}{2x-y}$  i punkten  $(1,1)$  i riktning av vektorn  $\mathbf{v} = (1,2)$ . (2p)  
b. Ange den riktning  $\mathbf{u}$  i vilken riktningsderivatan  $f'_u(1,1)$  är så stor som möjligt och beräkna detta maximala värde. (2p)
7. Bestäm största och minsta värdet av funktionen  $f(x,y) = x + 2y$  på kvartscirkeln  $x^2 + y^2 = 5, x \geq 0, y \geq 0$ . (4p)
8. Undersök om det finns konstanter  $a$  och  $b$  för vilka ekvationssystemet
$$\begin{cases} ax + 3y + 2z = 4a + 3b \\ bx + 2y + 2z = 2a + 4b \\ ax + y + 2z = a + 4b \end{cases}$$
har precis en lösning  $x = 3, y = 2$  och  $z = 1$ . (4p)
9. Undersök om det finns något tal  $a$  sådant att  $x^2 + 4xy + ay^2 + 2x - y = 0$  är ekvationen för en parabel? (4p)
10. Visa att vektorerna  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  är linjärt oberoende om och endast om vektorerna  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_4$  är linjärt oberoende. (4p)