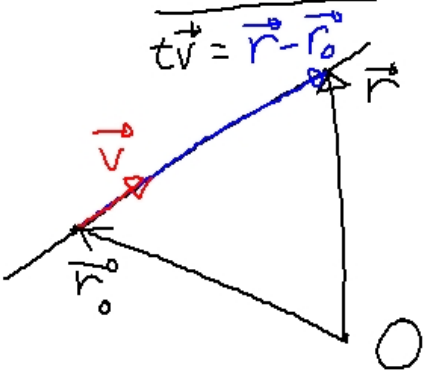


Föreläsning 12, sid 1

	1	2	3
Rosa:	-2	(6, 4, -2)	olika? samma
Gul:	8	(10, -11, 4)	olika
Lila:	-15	(6, -12, 10)	olika

Räta linjer och plan



$t\vec{v} = \vec{r} - \vec{r}_0$

riktningsvektor

$\vec{r} = \vec{r}_0 + t\vec{v}$

linjens ekvation
på vektorform

Om $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\vec{r} = (x, y)$ och $\vec{v} = (a, b)$
får vi $(x, y) = (x_0, y_0) + t(a, b)$

$\begin{cases} x = x_0 + ta \\ y = y_0 + tb \end{cases}$ linjens ekvation
på parameterform

Ex: Bestäm linjen som går genom punkterna $(1, -1)$ och $(2, 4)$

Lösni:

$$\vec{r}_0 = (1, -1)$$

$$(2, 4)$$

$$\vec{v} = (2, 4) - (1, -1) = (1, 5)$$

$$(0, 0)$$

linjens ekvation
på vektorform
blir $\vec{r} = (1, -1) + t(1, 5)$
på parameterform

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 5t \end{cases}$$

Ex: Var skär linjerna

$$(1, -1) + t(1, 5) \text{ och } (2, 1) + s(3, -1)$$

Varandra

$$1 + t = 2 + 3s$$

Lösni: $(1, -1) + t(1, 5) = (2, 1) + s(3, -1)$

$$-1 + 5t = 1 - s$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t - 3s = 1 \\ 5t + s = 2 \end{cases}$$

...

$$\begin{cases} t = \frac{7}{16} \\ s = -\frac{3}{16} \end{cases}$$

insättning ger

$$(x, y) = (1, -1) + \frac{7}{16}(1, 5) = \left(\frac{23}{16}, \frac{19}{16} \right)$$

Om vi har en linje i planet
på parameter form

$$\begin{cases} x = x_0 + ta \\ y = y_0 + tb \end{cases}$$

så kan vi eliminera t genom
att ta

$$bx - ay = bx_0 + \cancel{tab} - ay_0 - \cancel{tab} \\ = bx_0 - ay_0$$

vilket kan skrivas $(\text{linjens ekvation på normalform})$
 $Ax + By + C = 0 \quad (A=b, B=-a, C=-ay_0 + bx_0)$

Om vi tar två punkter på linjen (x_1, y_1) och (x_2, y_2) får vi en riktningsvektor genom att ta

$$\vec{v} = (x_2, y_2) - (x_1, y_1) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

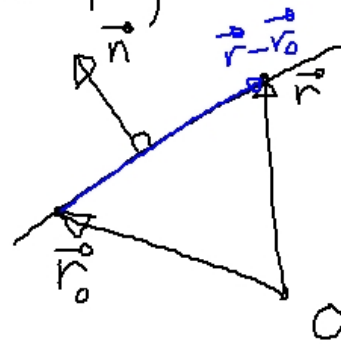
Eftersom bägge punkterna uppfyller ekvationen $Ax + By + C = 0$ får vi

$$A(x_2 - x_1) + B(y_2 - y_1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (A, B) \cdot \vec{v} = 0$$



Om vi vet från en normalvektor
tillsammans med en punkt på linjen
får hela linjen



$$\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) = 0$$

Ex: Linjen L har normalvektor $(1,2)$ och går genom punkten $(3,-2)$. Bestäm dess ekvation på vektorform och normalform.

Lös: $(1,2) \cdot ((x,y) - (3,-2)) = 0$

$$\Leftrightarrow x-3+2(y+2)=0 \Leftrightarrow x+2y+1=0 \quad (\text{normalform})$$

Linjens riktningsvektor (u,v) ska vara $\perp$ mot $(1,2)$ så $(u,v) \cdot (1,2) = 0$ tex $(u,v) = (-2,1)$.

Vi får så $\vec{r} = (3,-2) + t(-2,1)$. (vektorform)