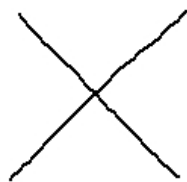


Determinanter

Kvadratiske system i planet



en lösning



ingen lösning



oändligt många
lösningar

Stående system i planet

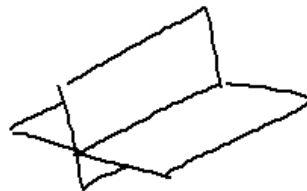


i allmänhet
saknas lösning

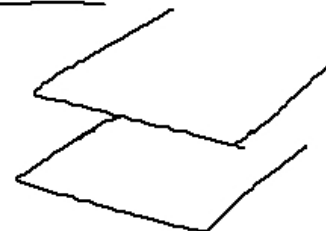


Kan finnas
lösning

Liggande system i rummet
(2 ekvationer)



vanligtvis
oändligt många
lösningar



kan saknas
lösningar

De kvadratiske systemen som har precis en lösning är de som har en trappstegsmatrix utan nollrader. I planet betyder det att den andra raden i matrisen inte får vara en multipel av den första.

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ kan detta testas
med $ad - bc \neq 0$

antar
 $a \neq 0$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{a} \\ -c \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{a} \\ c & d \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -c \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{a} \\ 0 & d - \frac{cb}{a} \end{pmatrix}$$

om $d - \frac{cb}{a} \neq 0$ så kan vi nollred.

Detta kan testas med

$$\begin{cases} a \cdot (d - \frac{cb}{a}) \neq 0 \\ ad - bc \end{cases}$$

Så vi låter determinanten
vara $ad - bc$ och skriver

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\text{Ex: } \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = -3 \neq 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 6 - 3 \cdot 4 = 0$$

motsvarande trappstegsmatris
har nollrad.

Övning: eliminera i en allmän
3x3-matrix och se vad som
krävs för att ska sedan
nollrad.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$= aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

OBS! fungerar bara för 3x3-matriser