

Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för IT1, 5B1118, onsdagen den 7 juni 2006 klockan 08.00-13.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 20 poäng eller mer ger betyget tre, 26 poäng eller mer ger betyget fyra och 32 poäng eller mer ger betyget fem.

Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever på IT-linjen som under höstterminen 2005 blivit godkända på lappskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Detta gäller för $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

DEL A

1. (3p) Lös ekvationen $7x - 32 = 25$ i ringen Z_{34} .
2. (3p) Betrakta mängderna $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ och $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Motivera på något lämpligt sätt att mängden $\{5\}$ inte går att uttrycka med hjälp av mängderna A, B, C tillsammans med mängdoperationerna \cap , \cup , \setminus eller komplement. (Motiveringen behöver inte bestå av något formellt bevis, utan du får gärna uttrycka din motivering ganska fritt i ord.)
3. (3p) Bestäm, med hjälp av principen om inklusion-exklusion, antalet tal mellan 1 och 120 som inte är delbara med något av talen 2, 3 eller 5
4. (3p) Skriv upp operationstabellen (dvs multiplikations- eller respektive additionstabellen) till två olika grupper som du väljer helt själv. Beskriv också på något sätt en icke abelsk grupp som du också väljer själv.
5. Låt G beteckna gruppen $G = (Z_{24}, +)$
 - (a) (1p) Visa att mängden $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ inte är någon delgrupp till G .
 - (b) (1p) Har G någon delgrupp med 15 element. Motivera ditt svar.
 - (c) (1p) Elementen i mängden $H = \{0, 4, 8, 12, 16, 20\}$ bildar under operationen $+$ en delgrupp till G . Detta behöver du inte visa men du skall ange alla sidoklasser till H i G .
6. Ett RSA-system har parametrarna $n = 77$ och $e = 37$. Dechifrera meddelandet $a = 2$.

V.G.V.

DEL B

7. Tio olika personer A_1, A_2, \dots, A_{10} skall ställa sig i två lika långa köer framför kassorna 1 och 2 i en affär.

- (a) (3p) På hur många sätt kan detta ske om personerna A_1 och A_2 skall stå i olika köer.
- (b) (2p) Personerna A_1 och A_2 skall stå bredvid varandra i samma kö.

8. Kanterna i den kompletta grafen K_6 med sex noder och 15 kanter, skall förses med vikter. Fem av kanterna skall ha vikten 1, fem skall ha vikten 2 och fem skall ha vikten 3.

- (a) (2) Placera ut vikterna så att grafen får ett minimalt spännade träd av vikten 5.
- (b) (3) Placera ut vikterna så att grafen får ett minimalt spännade träd av vikten 7.

9. Betrakta en cyklisk grupp G med 143 element.

- (a) (2p) Visa att denna grupp har en delgrupp H med 11 element och en delgrupp K med 13 element.
- (b) (3p) Visa att varje element i G kan skrivas som en produkt av ett element i H och ett element i K .

10. (5p) Bestäm en linjär kod C med ordlängden 8 och minimiavstånd 2 (två) som innehåller så många ord som möjligt med undantag av ordet 11000000 som den inte får innehålla.