

KTH
Matematik
Lars Filipsson

**Facit till
Några uppgifter att träna på inför Lappskrivning 1**

5B1121 Matematik Baskurs

1. Avgör om det är sant att $x^2 + 3x + 1 > 0 \implies x + 1 > 5$.

Falskt. (Kolla bara vad som händer om $x = 0$.)

2. Lös olikheten $x^4 - 2x < x^2 - 2$.

Inga x uppfyller denna olikhet. (Flytta över allt till vänster sida och faktorisera det polynom som då står där (gissa en rot och dividera bort den faktorn etc) och få att olikheten är ekvivalent med $(x - 1)^2(x^2 + 2x + 2) < 0$ vilket aldrig kan hända.)

3. Faktorisera polynomet $p(x) = x^3 - 7x + 6$ i faktorer av grad 1.

$$p(x) = (x + 3)(x - 2)(x - 1)$$

4. Lös ekvationen $\frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{\sqrt{x - 1}} = x - 2$.

Lösningarna är $x = 3$ och $x = 2$

5. Är $\{x \in \mathbf{R}; 0 < |2x - 1| \leq 2\}$ ett intervall?

Nej.

6. Lös olikheten $\frac{2x - 8}{x + 2} > \frac{x - 5}{x + 1}$.

Se exempel 1.4.4 i boken och modifiera det lite grand.

7. Lös ekvationen $\left| \frac{2x + 1}{x + 2} \right| = 1$.

$$x = \pm 1$$

8. Finn alla x som uppfyller olikheten $\left| \frac{2x + 1}{3x - 5} \right| \geq 1$.

Olikheten är uppfylld om $4/5 \leq x < 5/3$ eller $5/3 < x \leq 6$.

9. Bestäm en ekvation för den linje genom $(1, -3)$ som är vinkelrät mot linjen med ekvation $3x - 4y + 5 = 0$.

$$4x + 3y + 5 = 0$$

10. Bestäm en ekvation för den cirkel med radie 7 som har medelpunkt i $(-3, 2)$.

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 49$$

11. Är $x^2 + y^2 + x + y + 1 = 0$ ekvationen för en cirkel i planet?

Nej.

12. Är $x^2 + x = -y^2 - 2y$ ekvationen för en cirkel med radie $\frac{\sqrt{5}}{2}$?

Ja.

13. Finn alla eventuella skärningspunkter mellan cirkeln med ekvation $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ och linjen med ekvation $y = 2x + 1$.

Skärningspunkterna är $(0, 1)$ och $(4/5, 13/5)$.

14. Lös för alla värden på den reella konstanten a ekvationen $x + a = ax - 1$.

Om $a = 1$ saknas lösning. För alla andra värden på a är lösningen $x = \frac{a + 1}{a - 1}$

15. Låt $z = 1 + 2i$ och $w = 3 + 4i$. Beräkna $\overline{z + w}$, $\frac{zw}{2}$ och $\left| \frac{z}{w} \right|$.

$4 - 6i$, $-5/2 + 5i$ och $\sqrt{5}/5$.