

5B1127 Matematik H1, VT 2004

Lappskrivning 3, version A

Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv lösningarna på detta blad (använd baksidan om det behövs). Uppgifterna kan ge maximalt en bonuspoäng vardera till tentamen. Oläsliga lösningar eller svar utan motivering ger noll poäng. Lycka till!

Namn:

Personnummer:

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1, \\ 4x - y - z = 0, \\ 5y - 7z = 4. \end{cases}$$

2. Bestäm

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

5B1127 Matematik H1, VT 2004

Lappskrivning 3, version B

Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv lösningarna på detta blad (använd baksidan om det behövs). Uppgifterna kan ge maximalt en bonuspoäng vardera till tentamen. Oläsliga lösningar eller svar utan motivering ger noll poäng. Lycka till!

Namn:

Personnummer:

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1, \\ 4x - y - z = 0, \\ 7y - 5z = -4. \end{cases}$$

2. Bestäm

$$\det \begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

5B1127 Matematik H1, VT 2004

Lappskrivning 3, lösningsförslag

1. version A. Vi Gauss-Jordan-eliminerar koefficientmatrisen:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -7 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\boxed{-4} \\ \leftarrow}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -5 & 7 & -4 \\ 0 & 5 & -7 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\leftarrow \\ \boxed{1} \boxed{1/5} \boxed{-1/5}}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3/5 & 1/5 \\ 0 & 1 & -1/5 & 4/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Ur denna matris avläser vi $z = t$, $y = 4/5 + 7t/5$ och $x = 1/5 + 3t/5$, där t är en godtycklig parameter.

$$\text{Svar: } \begin{cases} x = \frac{1+3t}{5}, \\ y = \frac{4+7t}{5}, \\ z = t, \end{cases} \quad \text{där } t \in \mathbb{R} \text{ är godtycklig.}$$

1. version B. Vi Gauss-Jordan-eliminerar koefficientmatrisen:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & -5 & -4 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\boxed{-4} \\ \leftarrow}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & -5 & -4 \\ 0 & 7 & -5 & -4 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\leftarrow \\ \boxed{-1} \boxed{2/7} \boxed{1/7}}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3/7 & -1/7 \\ 0 & 1 & -5/7 & -4/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Ur denna matris avläser vi $z = t$, $y = -4/7 + 5t/7$ och $x = -1/7 + 3t/7$, där t är en godtycklig parameter.

$$\text{Svar: } \begin{cases} x = \frac{3t-1}{7}, \\ y = \frac{5t-4}{7}, \\ z = t, \end{cases} \quad \text{där } t \in \mathbb{R} \text{ är godtycklig.}$$

2. version A Utveckling längs andra kolonnen ger

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = -(-2) \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Utvecklar vi denna determinant längs första kolonnen (eller tillämpar Sarrus regel) får vi

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot (-3 \cdot 4 - 2 \cdot 1) = -28.$$

Därför är den sökta determinanten $-(-2) \cdot (-28) = -56$.

Svar: -56 .

2. version B Utveckling längs andra kolonnen ger

$$\det \begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = -(-3) \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Utvecklar vi denna determinant längs första kolonnen (eller tillämpar Sarrus regel) får vi

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot (-2 \cdot 1 - 3 \cdot 4) = -14.$$

Därför är den sökta determinanten $-(-3) \cdot (-14) = -42$.

Svar: -42 .