Institutionen för Matematik
KTH
Lars Filipsson

Lösning till
Kontrollskrivning 1 den 19/9 kl 14.15-15.00

5B1132 Amelia 1 för P ht 2003

Version A

1. Bestäm, om möjligt, matrismultiplikationerna AB och BA om

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} \qquad \text{och} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

———- Lösning: ———-

Om $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ så ser vi direkt att matrismultiplikationen BA inte är definierad eftersom antalet kolonner i B och antalet rader i A inte är lika. Däremot går det bra att utföra multiplikationen AB och vi får att $AB = \begin{pmatrix} 14 & 19 & 3 \\ 38 & 48 & 1 \end{pmatrix}$

———-

2. Bestäm inversen, om den finns, till matrisen $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

——— Lösning: ———

För att hitta inversen till matrisen $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ använder vi standard-metoden med Gauss-elimination och får:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & -1/2 & 5/4 & -3/4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5/2 & 3/2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Vi ser att inversen B^{-1} existerar och att $B^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & -5 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

———

3. Bestäm den vinkelräta projektionen av vektorn $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ på vektorn $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

——— Lösning: ———

Kalla den sökta projektionen för u. Vi använder projektionsformeln och får att

$$u = \frac{\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{5+4+3}{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

———