Institutionen för Matematik
KTH
Lars Filipsson

Lösning till
Kontrollskrivning 1 den 19/9 kl 14.15-15.00

5B1132 Amelia 1 för P ht 2003

Version B

1. Bestäm, om möjligt, matrismultiplikationerna AB och BA om

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \qquad \text{och} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

———- Lösning: ———-

Om $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ så ser vi direkt att matrismultiplikationen BA inte är definierad eftersom antalet kolonner i B och antalet rader i A inte är lika. Däremot går det bra att utföra multiplikationen AB och vi får att $AB = \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 2 & 3 \\ 20 & 10 \end{pmatrix}$

———-

2. Bestäm den vinkelräta projektionen av vektorn $\begin{pmatrix}6\\2\\4\end{pmatrix}$ på vektorn $\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$.

——— Lösning: ———

Kalla den sökta projektionen för v. Vi använder projektionsformeln och får att

$$v = \frac{\begin{pmatrix}6\\2\\4\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}\right|^2} \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix} = \frac{12+2+4}{6} \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\3\\3\end{pmatrix}.$$

———

3. Bestäm inversen, om den finns, till matrisen $B = \begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\4 & 2 & 1\\3 & 1 & 2\end{pmatrix}$.

——— Lösning: ———

För att hitta inversen till matrisen $B = \begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\4 & 2 & 1\\3 & 1 & 2\end{pmatrix}$ använder vi standard-metoden med Gauss-elimination och får:

$$\begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\4 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0\\3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0\\0 & -1/2 & 2 & -3/2 & 0 & 1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0\\0 & 1 & -4 & 3 & 0 & -2\\0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0\end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix}1 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & -5 & 4 & -2\\0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 3 & -2 & 1\\0 & 1 & 0 & -5 & 4 & -2\\0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Vi ser att inversen B^{-1} existerar och att $B^{-1} = \begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\-5 & 4 & -2\\-2 & 1 & 0\end{pmatrix}$

———