

## Dagens uppgifter, vecka 40

5B1132 Amelia 1 för T ht 2003

1. Beräkna  $(1-i)^{13}$

2.  $A = \begin{pmatrix} 1+6i & 3-2i \\ 1-6i & 3+2i \end{pmatrix}$ . Beräkna  $AA^T$ .

3. På det komplexa talplanet ligger en rund pappersskiva med medelpunkten ovanför talet  $z_0=2+2i$ . En fluga landar på skivan i punkten ovanför talet  $-2i$ . Sedan vrids skivan ett kvartsvarv motsols. Bestäm talet under flugan efter vridningen.

4.  $z=3-4i$ . Beräkna  $z^3-5z^2+6z$

5. Beräkna  $\left| \frac{(3-4i)^4}{(3+4i)^3} \right|$

6. Lös ekvationsystemet  $\begin{cases} (1+i)x + (2+i)y = 3+2i \\ (1-i)x + (2-i)y = 3-2i \end{cases}$

## Ledtrådar

1.  $|1-i| = \sqrt{2}$ ,  $\arg(1-i) = -45^\circ$ .

*Alternativt:* lägg märke att  $(1-i)^2 = -2i$  och  $(1-i)^4 = -4$

2. Lägg märke att 
$$\begin{pmatrix} a & b \\ \bar{a} & \bar{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & \bar{a} \\ b & \bar{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & |a|^2 + |b|^2 \\ |a|^2 + |b|^2 & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

3. Låt  $n$  och  $g$  vara komplexa tal som svarar mot de nya resp gamla lägen. Då  $n - z_0 = e^{i\pi/2}(g - z_0)$ , d.v.s.  $n = z_0 + i(g - z_0)$

4. Använd att  $z^3 - 5z^2 + 6z = z((z-5)z+6)$  eller att  $z^3 - 5z^2 + 6z = z(z-3)(z-2)$

5. Använd att  $|z| = |\bar{z}|$ ,  $\left| \frac{z}{w} \right| = \frac{|z|}{|w|}$ ,  $|z^n| = |z|^n$

6. Multiplicera den 1:a ekvationen med  $i$  och dra av den andra.

*Alternativt.* Gissa en lösning och kolla att determinanten är  $\neq 0$ .

## Facit

1.  $-64+64i$

2.  $AA^T = \begin{pmatrix} -31 & 50 \\ 50 & -31 \end{pmatrix}$

3. 6

4.  $-64+52i$

5. 5

6.  $x=y=1$