Dagens uppgifter, vecka 41

5B1132 Amelia 1 för T ht 2003

1. $z=1+3i$. Beräkna $z^4-6iz^3-10z^2+iz-i$

2. Lös ekvationen $z^4-(2+2i)z^3+2iz^2=0$. Ange rötternas multiplicitet.

3. Ekvationen $z^3-4z^2+z+26=0$ har en rot $z=-2$. Lös ekvationen.

4. Dividera med rest $\dfrac{x^4}{(x-1)(x-2)}$

5. Dela upp polynomet x^4-5x^2-36 i reella faktorer så långt som möjligt.

6. Bestäm ett reellt polynom $\neq$ nollpolynomet av så lågt gradtal som möjligt som har nollställena 2, -2, $3+i$.

Ledtrådar

1. Skriv om polynomet enligt *Horners schema* $(((z-6i)z-10)z+i)z-i$

2. Dela upp polynomet i faktorer $(z^2-(2+2i)z+2i)z^2$ och bestäm sedan nollställen till varje faktor separat. Använd formeln för andragradsekvation.

3. Dividera z^3-4z^2+z+26 med $z+2$ och bestäm nollställena hos kvoten.

4. Multiplicera faktorerna i nämnaren och dividera genom divisionstrappa. *Kontroll*: insättning av $x=1$ och $x=2$ i resten ska ge samma resultat som i x^4.

5. Bestäm först nollställena genom substitutionen $x^2=t$.

6. Ett reellt polynom ska ha även konjugatet till 3+i som sitt nollställe. Polynomet av lägsta gradtal med skilda nollställena x_1, x_2, x_3, x_4 är $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$

Facit

1. -3

2. $z_{1,2}=0$ (dubbelrot), $z_3=3+i$, $z_4=-1+i$ (enkla rötter).

3. $z_1=-2$, $z_{2,3}=3\pm 2i$

4. Kvoten$=x^2+3x+7$, resten$=15x-14$

5. $(x^2+4)(x-3)(x+3)$

6. $x^4-6x^3+6x^2+24x-40$