Dagens uppgifter, vecka 45

5B1132 Amelia 1 för T ht 2003

1. Beräkna 10-de derivatan till funktionen $\left(x^2+4x+2\right)e^{2x}$

2. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $\dfrac{x^2}{x-4}$

3. Vilket av talen är större e^{-2003} eller $\dfrac{e^{-2002}+e^{-2004}}{2}$

4. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x)=x-\ln x$

5. Bestäm avståndet från punkten $A(0;\ ^{17}/_{4})$ till parabeln $y=x^2$ (dvs det minsta avståndet från A till en punkt på parabeln).

6. Beräkna det största och det minsta värdet av funktionen $f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x} \text{ } då\, x<0\\ x^2-2x \text{ } då\, x\geq 0\end{cases}$ i intervallet –

$-100\leq x\leq 4$

Ledtrådar

1. Använd $(uv)^{(10)} = u^{(10)}v + 10u^{(9)}v' + \binom{10}{2}u^{(8)}v'' + \binom{10}{3}u^{(7)}v''' + \ldots$ där $v = x^2 + 4x + 2, u = e^{2x}$

2. Kritiska punkter är x=0; 4; 8.

3. Funktionen e^x är konvex, således kordan mellan punkterna (–2004, e^{-2004}) och (–2002, e^{-2002}) ligger ovanför kurvbågen.

4. Funktionen har en enda extrempunkt: min i (1, 1)

5. Avståndet från A(0; 1) till en godtycklig punkt B(x, x^2) är $\sqrt{(x-0)^2 + \left(x^2 - \frac{17}{4}\right)^2}$.

6. $D\left(\sqrt{-x}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{-x}}$. Kritiska punkter är x= 0, 1.

Facit

1. $2^{10}\left(x^2+4x+2\right)e^{2x}+10\cdot 2^9\left(2x+4\right)e^{2x}+45\cdot 2^8 2e^{2x}=512\left(2x^2+28x+89\right)e^{2x}$

2. Lok. max (0, 0), lok. min (8, 16)

3. Mittpunkten på kordan $\left(-2003, \dfrac{e^{-2002}+e^{-2004}}{2}\right)$ ligger ovanför punkten på kurvbågen $\left(-2003, e^{-2003}\right)$, således $\dfrac{e^{-2002}+e^{-2004}}{2}$ är större.

4. $1\leq y<\infty$

5. 2

6. $f_{\max}=f\left(-100\right)=10,\ f_{\min}=f\left(1\right)=-1$