

Dagens uppgifter, vecka 48

5B1132 Amelia 1 för T ht 2003

1. Beräkna $\int_1^4 (2x-4)\ln 2x \, dx$

2. Beräkna $\int_1^1 x^2 \cos(3x-5) dx$

3. Beräkna $\int e^{2x} \sin 3x \, dx$

4. Beräkna $\int \frac{x^3}{x^2-2x+5} dx$

5. Beräkna $\int \frac{5x-9}{x^2-2x-15} dx$

6. Beräkna $\int \frac{x+10}{(x-1)(x^2+10)} dx$

7. Beräkna $\int \frac{x^2+2}{x^4+x^2} dx$

8. Beräkna $\int_0^{\pi} \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) dx$

Ledtrådar

1. Partiell integration: $\int fgdx = Fg - \int Fg'dx$ där $F' = g$. Här $F = 2x+1$, $g = \ln 2x$
2. Partiell integration 2 gånger. $g = \cos(3x-5)$ båda gånger.
3. Lös differentialekvationen $y' = e^{2x} \sin 3x$
4. Dividera täljaren med nämnaren med rest, sedan gör substitutionen $u = x-1$ (kvadratkomplettering).
5. Bestäm nollställena hos nämnaren, dela upp den i faktorer och dela upp integranden i partialbråk.
6. Dela upp integranden i partialbråk. Glöm inte en linjär funktion i täljaren då du har ett andragradspolynom i nämnaren!
7. Dela upp integranden i partialbråk (glöm inte att faktorer får upprepas medan nämnare får inte göra det!)
8. Sänk graden genom $\sin^2 A = \frac{1-\cos 2A}{2}$. Använd att $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha$ och att en integral av sin eller cos över en period är 0.

Facit

1. $4,5 + 3\ln 2$

2. $\frac{9x^2 - 2}{27} \sin(3x - 5) + \frac{2x}{9} \cos(3x - 5) + C$

3. $\frac{e^{2x}}{13} (2\sin 3x - 3\cos 3x) + C$

4. $\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 5) - \frac{11}{2} \arctan \frac{x-1}{2} + C$

5. $2\ln|x-5| + 3\ln|x+3| + C$

6. $\ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 10) + C$

7. $-\frac{2}{x} - \arctan x + C$

8. $\frac{\pi}{12}$